

Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$1. 1) \sqrt[3]{38.44} = 62 \rightarrow \sqrt[3]{6.25} = 25 \rightarrow \sqrt[3]{256} = 16$$

$$\begin{array}{r} 122 \overline{) 244} \\ \underline{244} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \overline{) 225} \\ \underline{5225} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 156} \\ \underline{156} \\ 0 \end{array}$$

Ответ: 16 $\pm$

2. Дано: a ,

Найти: S

Решение: $S = \frac{b_1}{1-q}$; $b_1 = S_1$ (площадь первого Δ); $q = \frac{S_{n+1}}{S_n}$; для Δ описанного $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ (радиус вписанной окружности); для Δ вписанного $r = R = \frac{b}{\sqrt{3}}$ (радиус описанной окружности; b - сторона вписанного Δ) $\Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{b}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{a}{2} = b$;

$$S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; S_2 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16} \Rightarrow q = \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{4};$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4(1-\frac{1}{4})} = \frac{a^2\sqrt{3} \cdot 4}{4 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}a^2}{3} = \frac{a^2}{\sqrt{3}};$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}a^2}{3}$



$$3. 4 + \frac{\tan^2 x}{\tan^2 y} + \frac{\tan^2 y}{\tan^2 x} = 4 + \frac{\tan^4 x + \tan^4 y}{\tan^2 y \tan^2 x} \Rightarrow 4 + \frac{(\tan^2 x - \tan^2 y)^2 + 2\tan^2 x \tan^2 y}{\tan^2 x \tan^2 y} =$$

$$6 + \frac{(\tan^2 x - \tan^2 y)^2}{\tan^2 x \tan^2 y} = 6 + \frac{(\tan x - \tan y)(\tan x + \tan y)}{\tan^2 x \tan^2 y}$$

$$\begin{cases} \tan x \neq 0 \\ \tan y \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cos y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

выражение наименьшее при $((\tan x - \tan y)(\tan x + \tan y))^2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x - \tan y = 0 \\ \tan x = -\tan y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} = 0 \\ \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x+y = \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \text{значение выражения}$$

будет: $6+0=6$;

Ответ: 6

6. Дано:

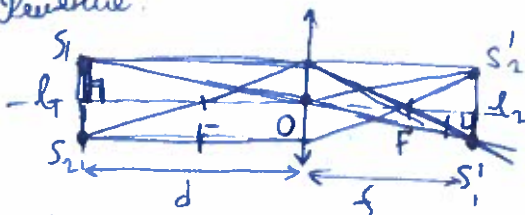
$$d = 5 \text{ м}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a = g^2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F = ?$$

Решение:



$$S_1, S_2 = l_1, \text{ но } \Delta S_1, O S_2 \text{ и } S_1', O S_2' : \\ S_1', S_2' = l_2 \quad \left. \begin{aligned} \frac{l_1}{l_2} = \frac{d}{f}, l_1 = \frac{g t^2}{2} \\ l_2 = \frac{a t^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{d}{f} = \frac{d}{a}; \text{ по формуле тонкой линзы:}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{a}{g} d \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{g}{a d} = \frac{1}{d} \left(1 + \frac{g}{a} \right) = \frac{(a+g)}{a d}$$

$$F = \frac{a d}{a+g} = \frac{0.2 \cdot 5 \text{ м}}{10 + 9.8} = \frac{1}{100} \text{ м} = 0.01 \text{ м} = 1 \text{ см}$$

Ответ: 10 см.

5

Вариант № 4

7. Дано:

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 2$$

$$\frac{E_{M1}}{E_{M2}} = ?$$

Решение:

$$E_M = E_{n \max} = E_{\text{кин. max}};$$

$$E_{n \max} = m g \Delta h;$$

$$\Delta h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha) \quad \text{(из } \triangle ABC)$$

$$E_M = m g l (1 - \cos \alpha); \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow V = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow V^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l} \Rightarrow$$

$$E_M \Rightarrow l = \frac{g}{(2\pi V)^2}; \quad E_M = \frac{m g^2}{(2\pi V)^2} (1 - \cos \alpha) = \left(\frac{g}{2\pi V}\right)^2 m (1 - \cos \alpha);$$

$$\frac{E_{M1}}{E_{M2}} = \left(\frac{g}{2\pi V_1}\right)^2 \left(\frac{2\pi V_2}{g}\right)^2 \cdot \frac{m_1 (1 - \cos \alpha_1)}{m_2 (1 - \cos \alpha_2)} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \frac{m (1 - \cos \alpha)}{m (1 - \cos \alpha)} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \frac{1}{4} =$$

$$= 0,25$$

Ответ: 0,25

9. 1) при адиабатном процессе:

$$Q = 0; \quad A = -\Delta U$$

для Аргона: (Ar)

$$A_{Ar} = -\Delta U_{Ar} = -\frac{3}{2} V_{Ar} R \Delta T = -\frac{3}{2} V R \Delta T$$

для Азота: (N₂)

$$A_{N_2} = -\Delta U_{N_2} = -\frac{5}{2} V_{N_2} R \Delta T = -\frac{5}{2} V R \Delta T$$

работа газов

* совершенная работа:

$$A'_{Ar} = \frac{3}{2} V R \Delta T$$

$$A'_{N_2} = \frac{5}{2} V R \Delta T$$

график - прямая где больше k,

т.е. у графика угол больше, по-

этому график N₂ (адиабата для азота); график N₂ - адиабата для Аргона.

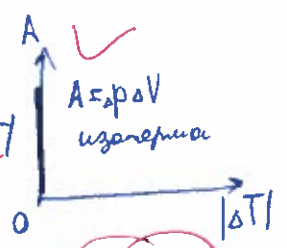
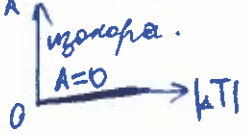
2) при изобарном процессе:

$$A = p \Delta V = V R \Delta T \quad (\text{и для } N_2, \text{ и для } Ar) - \text{график } N_2$$

$$p \Delta V = V R \Delta T$$

3) при изотермическом процессе: $\Delta T = 0$, график - ось OA

4) при изохорическом процессе: $\Delta V = 0 \Rightarrow A = 0$, график - ось OAT



Ответ: 1 - адиабатный азот; 2 - адиабатный аргон; 3 - изобарный и азот, и аргон.

Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

10. Дано: $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_n = \mathcal{E}$;
 $r = 1(\Omega)$
 $R = 2(\Omega)$
 $m = ?$
 $n = ?$

Решение:
 $mn = 100$ (по условию), $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$
 $m, n = \{1, 2, 4, 5, 10, 25, 20, 50, 100\}$
 при $n \neq 2$, по II закону Кирхгофа: $\mathcal{E}_0 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow n = \{1, 5, 25\}$
 при $n \neq 2$ $\mathcal{E}_0 = m\mathcal{E}$;

$$r_0 = \frac{m r}{n} = \frac{m}{n} r = \frac{m}{n} (1\Omega);$$

2) по закону Ома для полной цепи:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{r_0 + R} = \frac{m\mathcal{E}}{\frac{m}{n} + 2(\Omega)};$$

$$I(n) = \frac{\frac{100}{n}\mathcal{E}}{\frac{100}{n^2} + 2} = \frac{100\mathcal{E} n^2}{n(100 + 2n^2)} = \frac{100\mathcal{E} n}{(100 + 2n^2)}$$

 $I_0 = I_R$ (по закону последовательного соединения)

$$I'_0(n) = 100\mathcal{E} \left(\frac{n'(100 + 2n^2) - 4n \cdot n}{(100 + 2n^2)^2} \right) = \frac{100\mathcal{E}}{(100 + 2n^2)^2} (100 - 2n^2) = 0$$

$$100 - 2n^2 = 0$$

$$2n^2 = 100$$

$$n = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}; \quad \begin{array}{c} I'_0 + 5 \quad 25 \\ \nearrow \quad \searrow \\ I \quad 5\sqrt{2} \end{array} \rightarrow n$$

$$I_0(1) = \frac{100\mathcal{E}}{102} = \frac{50}{51}\mathcal{E}; \quad I_0(5) = \frac{500\mathcal{E}}{100} = \frac{10^{12}}{3}\mathcal{E} = \frac{170}{51}\mathcal{E};$$

$$I_0(25) = \frac{2500\mathcal{E}}{1350} = \frac{50}{27}\mathcal{E} = \frac{5^2 \cdot 2}{9 \cdot 3} = \frac{50}{27}\mathcal{E}$$

$$I_0(5) > I_0(1); \quad I_0(5) > I_0(25)$$

$$\frac{10\mathcal{E}}{3} > \frac{50\mathcal{E}}{3^3}$$

$$\frac{90\mathcal{E}}{27} > \frac{50\mathcal{E}}{27}$$

$$\text{при } n = 5 \quad I_{0\text{max}} \Rightarrow m = \frac{100}{5} = 20$$

Ответ: $m = 20$; $n = 5$.

4. $673m - pq = 2019$, $m, p, q \in \mathbb{N}$ (m, p, q - простые)

$$673m - pq = 673 \cdot 3$$

$$673(m-3) = pq, \quad (m > 3)$$

1) если $m = 2$, то $-673 = pq$ (нельзя, так как $q > 0, p > 0$)

2) если $m = 3$, то $\begin{cases} p \leq 0 \\ q = 0 \end{cases}$ (нельзя так как $p, q \in \mathbb{N}$)

Вариант № 4

3) $m > 3$, то

$$\begin{cases} 673 = p, & m-3 = q \\ 673 = q, & m-3 = p \end{cases} \quad (673 - \text{простое})$$

~~при $m > 5$, p и q - не простое;~~

$$m = 5 \Rightarrow \begin{cases} p = 673; & q = 2 \\ q = 673; & p = 2 \end{cases}$$

Ответ: 1) $m = 5; q = 2; p = 673$
2) $m = 5; p = 2; q = 673$

8. Dano:

$t; \vec{a}, \alpha = 45^\circ;$

R

$\beta = ?$

Решение:

$$|\vec{a}|_y = |\vec{a}| \cos \alpha;$$

$$a_y = a \cos \alpha = a \cos 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2};$$

$$\frac{a_y t^2}{2} = R; \quad a_x = a \sin \alpha = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

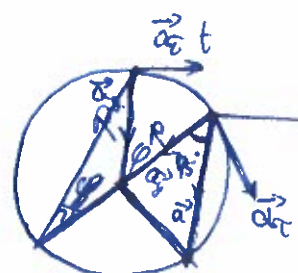
$$\frac{a_y t^2}{2} = \varphi R; \quad \varphi = \frac{\beta t^2}{2} \Rightarrow \frac{a_y t^2}{2} = \frac{\beta t^2}{2} R \Rightarrow \beta = \frac{a_y}{R};$$

$$a_x = a_y = a \cos 45^\circ = a \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\beta = \frac{a_y}{R} = \frac{a\sqrt{2}}{2R} = \frac{a}{\sqrt{2}R};$$

Ответ: $\frac{a}{\sqrt{2}R};$

5.



(+25)

Вариант № 4