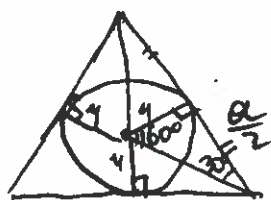


Вариант № 4

1. Чтобы получить трёхзначное число 384 проделав 3 „операции“ с числом a , нам нужно, чтобы число было не однозначным и не трёхзначным, очевидно, нас интересует 3-х зн. число. Попробуем 16
 1) $16^2 = 256$ 2) $25^2 = 625$ 3) $62^2 = 3844$, противоречий не получено $\Rightarrow$ предположение верно. Ответ: $16 \pm$

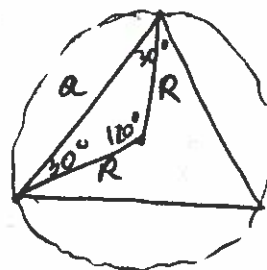
2.



по Т. sin:

$$\frac{r}{\sin 30^\circ} = \frac{a}{2 \sin 60^\circ}$$

$$2r = \frac{a}{\sqrt{3}}; r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$



по Т. sin:

$$\frac{a}{\sin 120^\circ} = \frac{R}{\sin 30^\circ}$$

$$\frac{2a}{\sqrt{3}} = 2R; R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

для первого тр-ка:

$$a_1 = a; S_0 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; r_1 = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

для второго тр-ка: $R_2 = r_1; \frac{a_2}{\sqrt{3}} = \frac{a_1}{2\sqrt{3}}; a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{a}{2}$

$$S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} (a^2 + \frac{a^2}{4}), \text{ можно сделать вывод: } a_{n+1} = \frac{a_n}{2} \text{ и}$$

искала м-гоб = $S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} (\frac{a^2}{1} + \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} + \dots)$

$$S_0 = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} (1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots)$$

Бесконечн. геометрич. прогр.

$$b_1 = 1; q = \frac{1}{4}; S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$S_0 = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3}; S_0 = a^2 \frac{\sqrt{3}}{3}$$

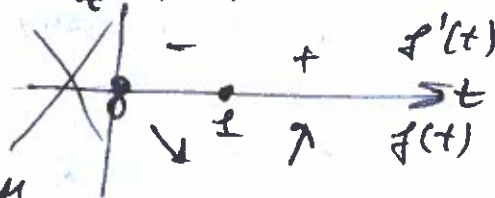
Ответ: $a^2 \frac{\sqrt{3}}{3}$

+

3. $y + \frac{\tan^2 x}{\tan^2 y} + \frac{\tan^2 y}{\tan^2 x}$; $t = \frac{\tan^2 x}{\tan^2 y}$; $t \geq 0$

$f(t) = 4 + t + t^{-1}$; $f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2}$; $f'(t) = 0$: $t = \pm 1$

$t = 1$ - мин. $t = -1$ - экстр.



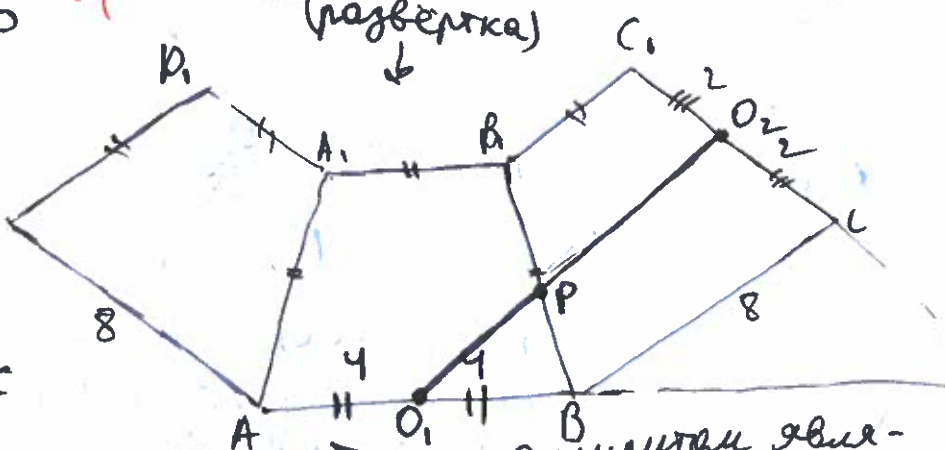
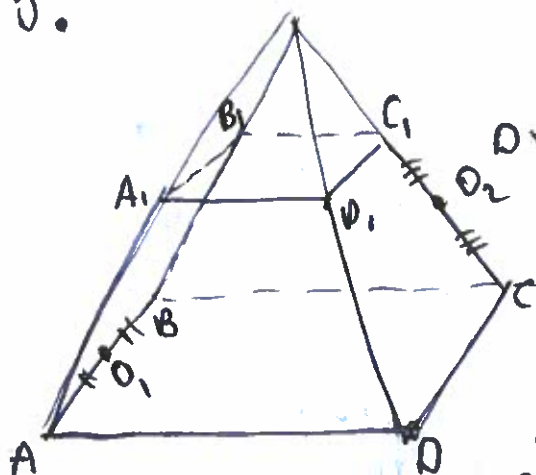
Значит при $t = 1$ $f(t)$ принимает минимальное значение.

$\min_{[0; +\infty)} f(t) = f(1) = 4 + 1 + 1 = 6$, убедившись, что такое t существует:

$\frac{\tan^2 x}{\tan^2 y} = 1$, когда, например, $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ y = \frac{\pi}{4} + \pi k \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z}$

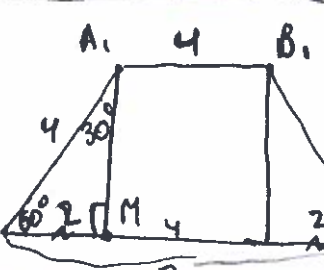
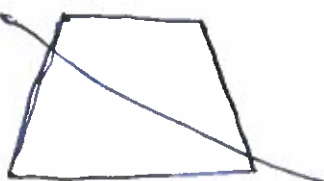
Ответ: 6 + (развертка)

5.



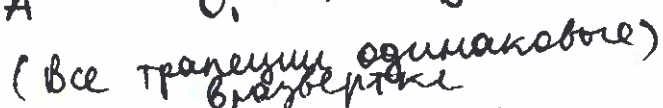
кратчайшим маршрутом является прямая $O_1 O_2$ ($O_1 P + P O_2$ в пространстве)

Д-во. Возьмем некую т-ку R так, что $O_1 R + O_2 R > O_1 O_2$ (т), но из пер-ва тр-ка известно: $O_1 R + O_2 R > O_1 O_2 \Rightarrow$ предположение ок. неверным, значит $O_1 O_2$ - кратчайший маршрут

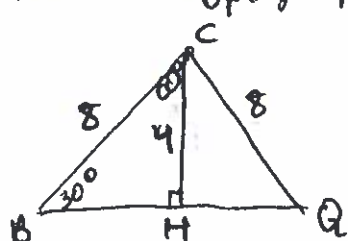


$AA_1 = \frac{AM}{2}$
 $\angle A M A_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle A A_1 M = 60^\circ$
 $\angle A A_1 M = 30^\circ$

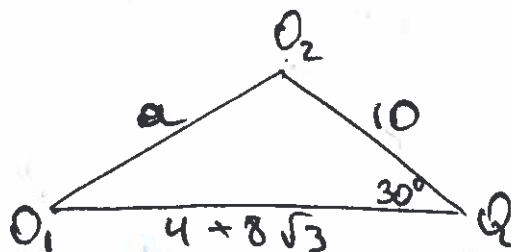
Вариант № 4



$\triangle BCQ$ - равнобедр: $BC = CQ = 8$
($\angle CBQ = \angle CQB$)



$$\begin{aligned} BC &= 2CH \\ \text{по т. Пифаг:} \\ BH &= \sqrt{8^2 - 4^2} \\ BQ &= 2BH = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$



$$a^2 = (4+8\sqrt{3})^2 + 100 - 2 \cdot (4+8\sqrt{3}) \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ$$

$$Q^2 = (9+8j3) + 100 \quad \angle (9+8j3) = 10 \cdot \cos 30$$

$$(no \text{ r. cos: } O_1 O_2^2 = O_1 Q^2 + O_2 Q^2 - 2(O_1 Q) \cdot (O_2 Q) \cos \angle O_1 Q O_2)$$

$$Q^2 = 16 + 64\sqrt{3} + 64 \cdot 3 + 100 - (80 + 160\sqrt{3}) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Q^2 = 16 + 64\sqrt{3} + 64 \cdot 3 + 100 - (80 + 160\sqrt{3})$$

$$Q^2 = 116 + 192 + 64\sqrt{3} - 40\sqrt{3} - 80 \cdot 3 = 308 + 24\sqrt{3} - 240 = 68 + 24\sqrt{3}$$

$$Q_1 Q_2 = \sqrt{68 + 24\sqrt{3}}$$

4. прост. числа оканч. на 1, 3, 7, 9; произв. двух пр. чис. мо-
жет зак. на 1, 9, 3, 7; произв-е 673 и прост. числа мо-
жет зак. на 3, 7, 9, 1, значит разность 673m и pq
может оканчиваться на 8, 6, 0, 4, 2 - среди них нет 9 $\Rightarrow$
673m - pq $\neq$ 2019
Ответ: нет решений

Ответ: нет решений



①

6.

$d = 5 \text{ м}$
 $a = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $f = ?$

известно, что если объект дв. по вертикали со скоростью v , то его изображение в линзе будет дв. по вертикали со скоростью $v \cdot \Gamma^2$, где $\Gamma = \frac{t}{d}$ - увел.; пусть за dt объект переместится на dv , а в этот момент вр. $t=0$ объект имел скорость v , а в м. $g \cdot dt$ - v , тогда: $v = v_0 + g \cdot t$; $v \Gamma^2 = v_0 \Gamma^2 + g \cdot t \Gamma^2$
 $v = v_0 + \frac{a}{\Gamma^2} dt$

$$\frac{t}{d} = \sqrt{\frac{a}{g}}; f = d \sqrt{\frac{a}{g}}; \frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}; \frac{1}{F} = \frac{1}{d \sqrt{\frac{a}{g}}} + \frac{1}{d};$$

$$\frac{d}{F} = \sqrt{\frac{g}{a}} + 1; F = \frac{d}{\sqrt{\frac{g}{a}} + 1} = \frac{5 \text{ м}}{\sqrt{\frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} + 1} = \frac{5}{1 + \sqrt{50}} \text{ м}$$

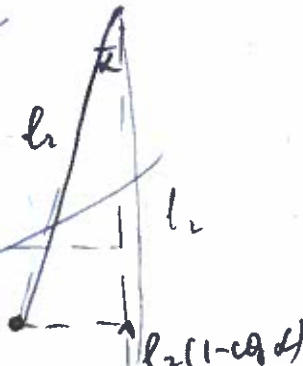
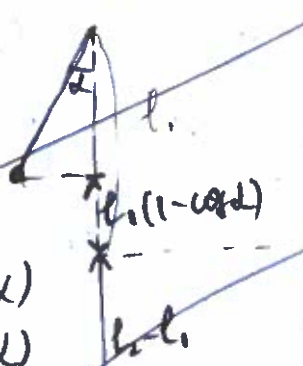
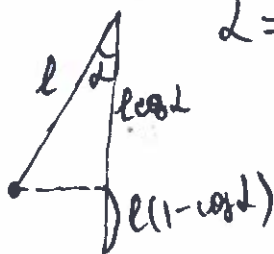
Ответ: $F = \frac{5}{1 + \sqrt{50}} \text{ м}$

7.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; v = \frac{l}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}; v_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l_1}}; v_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l_2}}$$

$$v_1 = 2 v_2 \text{ (по условию)} \Rightarrow \sqrt{\frac{g}{l_1}} = 2 \sqrt{\frac{g}{l_2}}; \frac{1}{l_1} = \frac{4}{l_2}; l_1 = \frac{l_2}{4}; l_2 = 4 l_1$$

$$L = d_1 = d_2 \text{ (по условию)}$$



$$W_{01} = W_{k1} + W_{n1} = mg(l_2 - l_1 + l_1 - l_1 \cos \alpha)$$

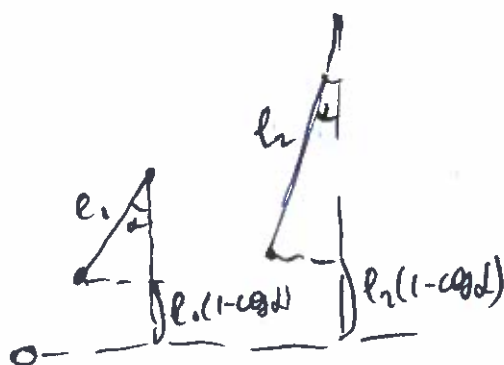
$$W_{01} = mg(l_2 - l_1 \cos \alpha) = mg l_1 (4 - \cos \alpha)$$

$$W_{02} = W_{n2} = mg l_2 (1 - \cos \alpha) = mg l_1 (4 - \cos \alpha)$$

$$W_{02} = W_{n1} + W_{k1} = mg l_1 (1 - \cos \alpha)$$

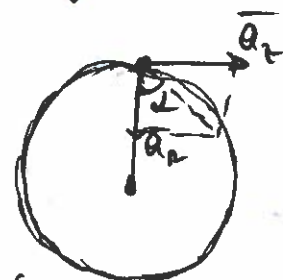
$$W_{02} = mg l_1 (1 - \cos \alpha) = 4 W_{01}$$

Ответ: в 4 раза



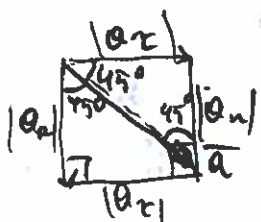
Вариант № 4

8.



$(\vec{a}_x \perp \vec{a}_n)$

$$\varepsilon = \frac{a_x}{R} = \varepsilon^2 t^2; \quad \varepsilon = \frac{1}{t^2}$$



$$v_0 = 0;$$

$$\frac{v}{R} = \varepsilon t; \quad v = \varepsilon R t;$$

$$\omega = \varepsilon t; \quad \omega = \varepsilon t$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \varepsilon^2 R t^2 = a_x$$

$$\text{Ответ: } \varepsilon = \frac{1}{t^2};$$

+100

т.е. в прямоугольнике с сторонами $|a_x|$ и $|a_n|$ диагональ - биссектриса угла $\Rightarrow a_x = a_n$ (пог.)

9. изобара: $p = \text{const}$; $A = p \Delta V$, $pV = \nu RT \Rightarrow A_{\text{изоб}} = \nu R |\Delta T|$

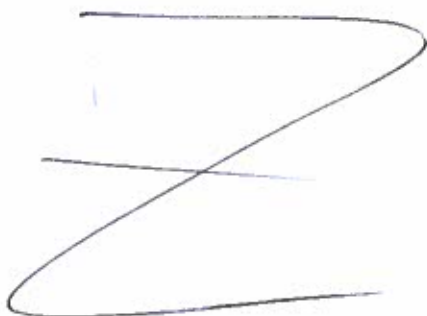
адиабата: $Q = 0$; $A = \Delta U$; $A = \frac{i}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow A_{\text{ад}} = \frac{i}{2} \nu R |\Delta T|$

чем больше коэф. при $|\Delta T|$, тем быстрее растёт график функции $A(|\Delta T|) \Rightarrow$ чем больше коэф. при $|\Delta T|$ тем больше угол наклона графика к оси абсцисс.

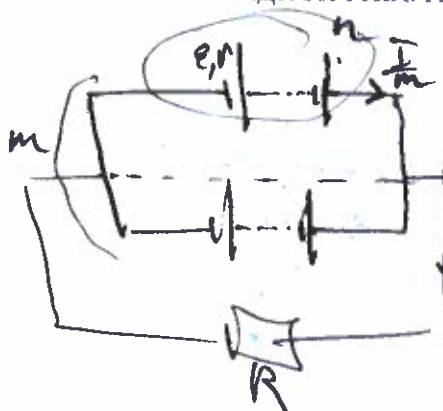
коэф-ты при ΔT (по возр.): νR ; $\frac{3}{2} \nu R$; $\frac{5}{2} \nu R$; (1, 2, 3 - соответ-ствует)

изотерма на графике $A(\Delta T)$ будет выглядеть как вертикальн. прямая, пересек. мал. коэф, т.е. - ось ординат, т.к. $\Delta T = 0$
изохора — ось абсцисс. т.к. $V = \text{const}$ и $A = 0$

+120



10.



$mn = 100$ (соедин.) $m = \frac{100}{n}$
 $n\epsilon = \frac{I}{m}r \cdot n + IR$ по пр. к-фа

$n\epsilon = \frac{n^2}{100}Ir + IR;$

$I(n) = \frac{n\epsilon}{\frac{n^2}{100}r + R}$

$I = I_{\max}$ при $f(n) = \frac{n}{\frac{n^2}{100}r + R} = \max f(n)$

$f'(n) = 0, \left(\frac{n^2}{100}r + R\right) - \left(\frac{n^2}{100}r + R\right)' \cdot n = 0;$

$\frac{n^2}{100}r + R = \frac{n^2}{50}; R = \frac{n^2}{100}r; n^2 = \frac{100R}{r}$

$n = \sqrt{\frac{50R}{r}}; m = \frac{100}{\sqrt{\frac{50R}{r}}}$

$R = \sqrt{\frac{100R}{r}} = 10\sqrt{2}, 14 < 10\sqrt{2} < 15, \text{ проверим } n=14 \text{ и } n=15$

из $f'(n) = 0 \Rightarrow n = 10\sqrt{2}$ $\begin{matrix} + & - \\ \nearrow & \searrow \\ 10\sqrt{2} & \end{matrix} \begin{matrix} f'(n) \\ f(n) \end{matrix} \Rightarrow n = 10\sqrt{2}$ - п.к.а макс

Ближайшее из возможных натур. чисел к $10\sqrt{2}$ -

это 10

Ответ: $m=10; n=10$.