



Вариант № 2

N 1 +

Четырёхзначное число, являющееся квадратом и начинающееся на 129
 $36 \cdot 36 = 1296$

Трёхзначный квадрат, начинающийся на 36

$$19 \cdot 19 = 361$$

Трёхзначный квадрат, начинающийся на 19

$$14 \cdot 14 = 196$$

Ответ. 14

N3

+ не приведён
пример

По правилу Коши

$$\frac{k + \frac{1}{k}}{2} \geq \sqrt{\frac{1}{k} \cdot k} = 1 \quad \text{при } k > 0$$

$$k + \frac{1}{k} \geq 2$$

$$k + \frac{1}{k} \geq 2$$

$$\frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} > 0 \Rightarrow \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} \geq 2$$

$$2 + \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} \geq 2 + 2 = 4$$

Ответ. 4 при $\begin{cases} \sin x = \pm 1 \\ \sin y = \pm 1 \end{cases}$



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

N4

$$\begin{cases} 2019/3 \\ 3m/3 \end{cases}$$

$$(2019 - 3m)/3$$

$$pq/3, \text{ т.к. } pq \neq 0$$

т.к. все числа простые, то $p=3$ либо $q=3$.

$$3m + 3q = 2019 \text{ либо } 3m + 3p = 2019$$

$$m + q = 673$$

$$m + p = 673$$

два числа дают в сумме нечетное тогда и только тогда, когда одно из них четно, а другое нечетно. Единственное четное простое число. 2.

$$673 - 2 = 671$$

ответ. $p=3; m=2; q=671$

$p=3; m=671; q=2$

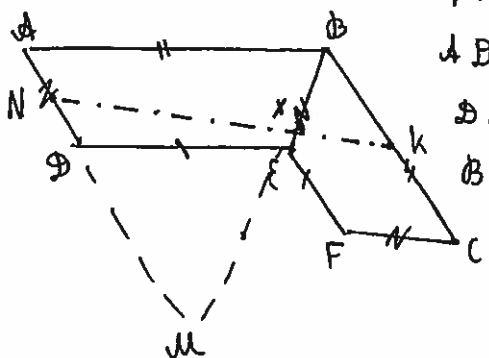
$q=3; m=2; p=671$

$q=3; m=671; p=2$

реш. нет, т.к. 671 - составное число

N5

Найти кратчайший маршрут можно, сделав развертку пирамиды и соединив точки прямой.



Грани пирамиды $ABCD$ - части правильного $\triangle ABC$

$$AB = BE = \frac{1}{2} AB \Rightarrow DE - \text{средняя линия } DE \parallel AB$$

$$DE = \frac{1}{2} AB$$

В развертке точки D, E и K лежат на одной линии

$$BD \triangle NDK \quad ND = \frac{1}{2} AD = 1$$

$$DK = DE + EK = 2 + 2 = 4$$

по теореме косинусов $NK = \sqrt{4^2 + 1^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4} = \sqrt{17 + 2\sqrt{3}}$

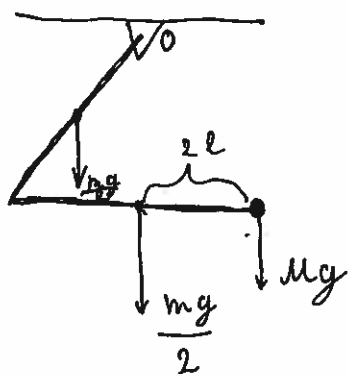
$$\{X = \frac{1}{4} BE = \frac{1}{2}$$

ответ. $NK = \sqrt{17 + 2\sqrt{3}}; \{X = \frac{1}{2}$



Вариант № 2

N 6



масса каждой половинки стержня равна $\frac{m}{2}$
точка вращения - O

пусть длина стержня равна $2l$, тогда
момент силы M равен $M \cdot 2l$, момент силы
тяжести горизонтального участка равен нулю, момент
сил тяжести второго участка равен $\frac{m}{2} \cdot g \cdot l$
По правилу моментов отн. точки O

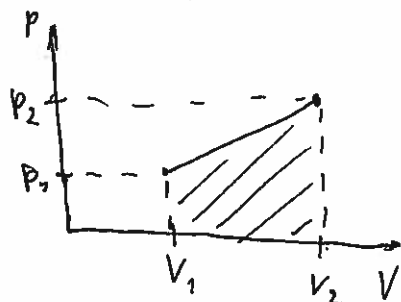
$$\frac{m \cdot g}{2} \cdot l = M \cdot 2l$$

$$M = \frac{1}{4} m$$

Ответ. $M = \frac{1}{4} m$

N 7

работу газа можно найти, как площадь под графиком $P(V)$



$$A = \frac{(P_2 + P_1)(V_2 - V_1)}{2}, \text{ т.к. при нагревании и}$$

давлении объем увеличивается.

Ответ $A = \frac{(P_2 + P_1)(V_2 - V_1)}{2}$



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

N 2

$$\triangle \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$



$$\triangle \quad a = R\sqrt{3}$$

если сторона первого треугольника - a , то второго $\frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$.
стороны треугольников будут уменьшаться в два раза, радиусы кругов
будут уменьшаться также в два раза, а их площади - в четыре раза

$$S_1 = \pi \cdot r^2 = \pi \frac{a^2 \cdot 3}{36} = \frac{\pi a^2}{12}$$

$$S_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi a^2}{12} \text{ и т.д.}$$

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \rightarrow 1 \frac{1}{3}$$

$$S_{\text{общ.}} = \frac{\pi a^2}{12} \cdot 1 \frac{1}{3} = \frac{4\pi a^2}{12 \cdot 3} = \frac{\pi a^2}{9}$$

$$\text{Ответ. } S = \frac{\pi a^2}{9}$$

N 8

$$\begin{cases} \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F} \\ \frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F} \\ f_1 + d_1 = f_2 + d_2 \end{cases}$$

$$f_1 = f_2$$

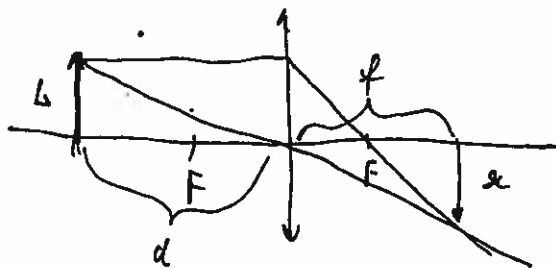
$$d_1 = d_2$$

или

$$f_1 = d_2$$

$$d_1 = f_2$$

$$\text{если } \frac{f_1}{d_1} = k, \text{ то } \frac{f_2}{d_2} = \frac{1}{k}$$



$$\begin{cases} \frac{L}{x_1} = \frac{d_1}{f_1} \\ \frac{L}{x_2} = \frac{d_2}{f_2} \end{cases}$$

$$\times \begin{cases} \frac{L}{4} = \frac{1}{k} \\ \frac{L}{9} = k \end{cases}$$

$$\frac{L}{36} = 1 \Rightarrow L = 36$$

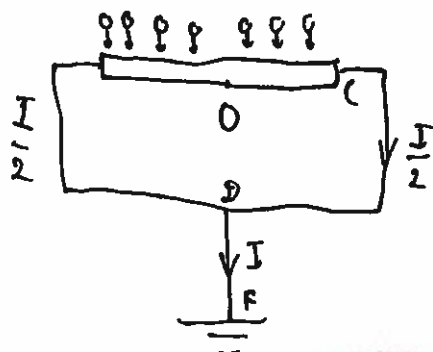
$$\text{Ответ. } L = 36$$



Вариант № 2

№ 9

схема симметрична, значит через обе её половины проходит ток $\frac{I}{2}$, через точку O ток не проходит, т.к. она лежит на оси симметрии
схемы



$$\varphi_c = \varphi_d; \varphi_o = 0$$

средняя сила тока на участке OC = $\frac{1}{2} \cdot \frac{I}{2} = \frac{I}{4}$

$$\varphi_c - \varphi_o = I_{co} \cdot R_{co} = \frac{I}{4} \cdot \frac{R}{2} = \frac{IR}{8}$$

Ответ $\varphi_c - \varphi_o = \frac{IR}{8}$

№ 10

максимальная мощность будет получена, если все элементы соединить параллельно.

$$P = \frac{\sum U^2}{R} = \left(400 \cdot \frac{\varepsilon}{5+16} \right)^2 / R = \frac{256 \varepsilon}{R} = \frac{256 \varepsilon}{16} = 16 \varepsilon$$

Ответ. $m = 400$

$n = 1$

$P = \underline{16} \varepsilon.$



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ