



Вариант № 2

Прейдем к обратному:
N1. Пусть есть число n , при возведении в квадрат которого получается число $129x$.
Найдем это n . $n = 36$ $n^2 = 1296$

2) Пусть есть число k , при возведении в квадрат которого получается число $36x$. Найдем k :
 $k = 19$ $k^2 = 361$

3) Пусть есть число l , при возведении в квадрат которого получается $19x$.
Найдем это l : $l = 14$ $l^2 = 196$

Проверка: $N = 14$

1) $N^2 \Rightarrow 196 \Rightarrow 196 \rightarrow 19$.

2) $19^2 \Rightarrow 361 \rightarrow 361 \rightarrow 36$

3) $36 \rightarrow 1296 \rightarrow 1296 \rightarrow 129$ - верно

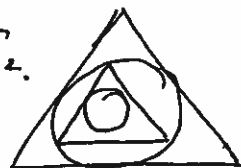
Ответ: $N = 14$.

N2. Пусть радиус ее первой окруж-

ности Γ_1 , а радиус второй - Γ_2 .

S первого треугольника - S_1 , а

площадь второго S_2 .



$$S_1 = \frac{1}{2} a \cdot h; \quad S_1 = r \cdot \Gamma_1 \quad (h = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\Rightarrow a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot r = 3r \cdot \Gamma_1 \quad \Gamma_1 = \frac{\sqrt{3}a}{2 \cdot 3} \Rightarrow \Gamma_1 = \frac{a}{\sqrt{3} \cdot 2}$$

Пусть сторона второго треугольника b ,
тогда $S_2 = \frac{b^2}{4\Gamma_1} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} b$

$$b = \sqrt{3} \cdot \Gamma_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{a}{2}$$



$$S_2 = \rho \cdot r_2 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_2$$

$$3b \cdot r_2 = b^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r_2 = \frac{b}{\sqrt{3} \cdot 2} \Rightarrow r_2 = \frac{a}{4 \cdot \sqrt{3}}$$

S_{01} - площадь первого круга

S_{02} - площадь второго круга

$$S_{01} = \pi r_1^2 = \frac{\pi \cdot a^2}{12}$$

$$S_{02} = \pi r_2^2 = \frac{\pi \cdot a^2}{48}$$

Воспелующая формула суммы бесконечной убывающей прогрессии: $S = \frac{b_1}{1-q}$;

$$\text{где } b_1 = \frac{\pi a^2}{12}; \quad q = \frac{1}{4}$$

$$S = \frac{\pi a^2}{12 \left(1 - \frac{1}{4}\right)} = \frac{\pi a^2 \cdot 4}{12 \cdot 3} = \frac{\pi a^2}{9}$$

Ответ: $\frac{\pi a^2}{9}$

№3. Пусть есть 3 числа: a, b, c , где

$$a = 2; \quad b = \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y}; \quad c = \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x}, \text{ причем}$$

$a > 0$ (т.к. $2 > 0$), $b > 0$, (т.к. $\sin^2 x > 0$ и $\sin^2 y > 0$)

и $c > 0$ (аналогично). Заметим, что $\sin^2 y \neq 0$

и $\sin^2 x \neq 0$ (т.к. есть в знаменателе)

Тогда воспелующие неравенства имеют:

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$$

$$a+b+c \geq 3 \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$$



Вариант № 2

$a+b+c$ - наименьшее, когда $a+b+c = 3\sqrt[3]{2 \cdot \text{в.с.}}$

$$\Rightarrow a+b+c = 3 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \frac{\sin^3 x}{\sin^3 y} \cdot \frac{\sin^3 y}{\sin^3 x}} = 3\sqrt[3]{2}$$

Ответ: $3\sqrt[3]{2}$

№8. $h_1 = 9 \text{ см}$

$h_2 = 4 \text{ см}$

$H = ?$

Пусть $f_1 + d_1 = L$

$f_2 + d_2 = L$

(т.к. расстояние
между предметом и
экраном не меняется)

(3) $\frac{d_1}{f_1} = \frac{H}{9}$; $\frac{d_2}{f_2} = \frac{H}{4}$ (по подобию треугольников)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} \Rightarrow \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} \Rightarrow \frac{1}{f_1} + \frac{1}{L-f_1} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{L-f_2}$$

$$\Rightarrow \frac{L-f_1+f_1}{f_1(L-f_1)} = \frac{L-f_2+f_2}{f_2(L-f_2)} \Rightarrow \frac{L}{f_1(L-f_1)} = \frac{L}{f_2(L-f_2)} \Rightarrow$$

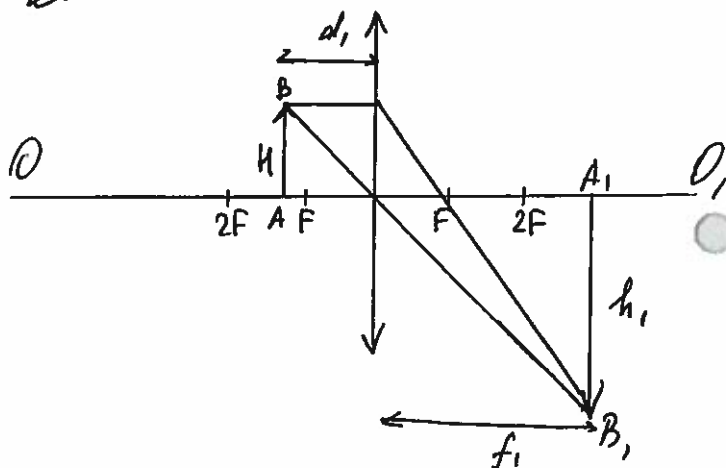
$$f_1(L-f_1) = f_2(L-f_2) \Rightarrow f_1L - f_1^2 = f_2L - f_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L(f_1 - f_2) = (f_1 - f_2)(f_1 + f_2) \Rightarrow L = f_1 + f_2$$

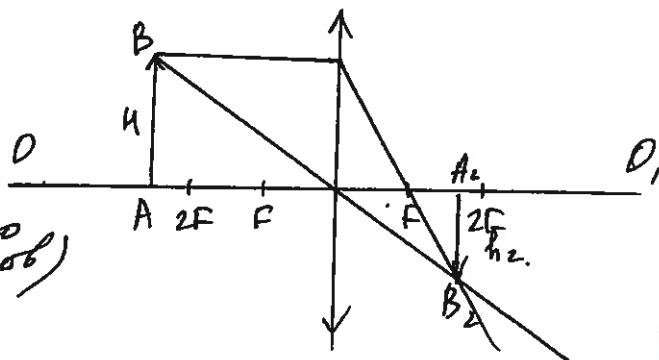
Из (3): $H = \frac{9d_1}{f_1} = \frac{4d_2}{f_2} \Rightarrow \frac{9(L-f_1)}{f_1} = \frac{4(L-f_2)}{f_2}$

$$\frac{9f_2}{f_1} = \frac{4f_1}{f_2} \Rightarrow 9f_2^2 = 4f_1^2 \Rightarrow 3f_2 = 2f_1$$

1)



2)





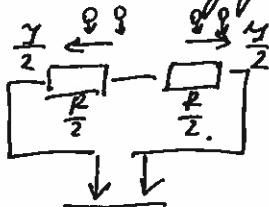
$$f_1 = 1,5 f_2$$

$$H = \frac{g d_1}{f_1} = \frac{g(L - f_1)}{f_1} = \frac{g f_2}{f_1} = \frac{g \cdot f_2}{1,5 f_2} = \frac{g \cdot 2}{3} = 6 \text{ см}$$

Ответ: 6 см.

N 9. Дано:
 R, I
 $\Delta \varphi - ?$

Т.к. в ср. времени на ср. длины паров подается число электронов, то схему можно представить следующим образом.



или можно представить эквивалентную схему с источником тока

$$\text{Тогда } \Delta \varphi = \varphi_A - \varphi_B$$

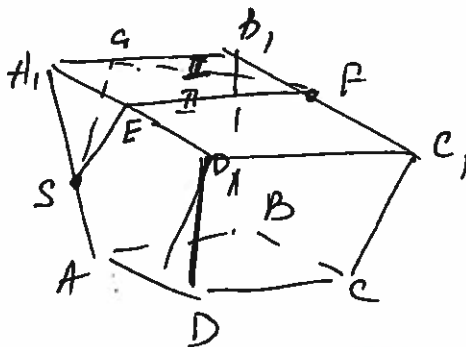
$$\text{Пусть } \varphi_A = U$$

$$\varphi_B = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta \varphi = U = U_{\text{ср}} = \frac{I}{2} \cdot \frac{R}{2} = \frac{IR}{4}$$

Ответ: $\frac{IR}{4}$

N 5. Есть 2 шарнира, через которые можно провести $S \rightarrow F$ короткий путь: через ребро H, D , и через A, B . Рассмотрим эти 2 случая





Вариант № 2

Пусть $AG = y$.

Тогда $SG = l_1 = \sqrt{1+y^2-y}$ (по т. косинусов)

$GF = l_2 = \sqrt{y^2-8y+20}$ (по т. Пифагора)

$L_I = l_1 + l_2 = \sqrt{1+y^2-y} + \sqrt{y^2-8y+20}$

$L_I' = \frac{2y-1}{\sqrt{y^2-y+1}} + \frac{2y-8}{\sqrt{y^2-8y+20}} = 0$ — найдем
наименьшее y .

$\frac{2y-1}{\sqrt{y^2-y+1}} = \frac{8-2y}{\sqrt{y^2-8y+20}} \Rightarrow 0 \leq y \leq 4$
обе части возведем в квадрат
 $\Rightarrow (\)^2$ и приведем
к общему знаменателю.

$4y^2 - 16y + 44 = 0$.

$D < 0 \Rightarrow$ произведение наименьшее $\Rightarrow$ функцию L_I
возрастающую $\Rightarrow$ наименьшее значение L_I в т. $y=0$

$\Rightarrow L_{I \min} = 1 + \sqrt{20}$

Пусть $AE = x \Rightarrow SE = \sqrt{1+x^2-x}$ — по т. косинусов

$EF = \sqrt{x^2-4x+20} \Rightarrow L_2 = \sqrt{x^2-x+1} + \sqrt{x^2-4x+20}$

$L_2' = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}} + \frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+20}} = 0$ — обе
части $x \leq 4$

$\Rightarrow \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}} = \frac{4-2x}{\sqrt{x^2-4x+20}}$ — обе части $\geq 0 \Rightarrow (\)^2$
приведем к общему
знаменателю.



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$6x^2 - 52x + 4 = 0$$

$$D = (4\sqrt{58})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{52 \pm 4\sqrt{58}}{122}$$

$$f(x) \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline f(x) \frac{52 - 4\sqrt{58}}{122} \quad \frac{52 + 4\sqrt{58}}{122} \end{array}$$

Наименьшее значение L_2 в я. $\frac{26 + 2\sqrt{58}}{61} \approx \frac{2}{3}$

Вотчим примерное значение L_2

$$L_2 \approx \sqrt{2} + \sqrt{18}$$

$$L_1 \vee L_2$$

$$\begin{array}{l} 1 + 2\sqrt{5} \vee \sqrt{2} + \sqrt{18} \\ 21 + 4\sqrt{5} \vee 20 + 2\sqrt{36} \\ 1 + 4\sqrt{5} \vee 12 \\ 1 + 4\sqrt{5} < 12 \end{array}$$

$\Rightarrow L_1$ - самый короткий путь

из $S \rightarrow E$ и равен $1 + 2\sqrt{5}$

ребра A, D в я. H проходит через вершину A , перпендикуляр

$$N6. \sum \vec{M}_{\text{по 2. ст.}} = \sum \vec{M}_{\text{прот. 2. ст.}}$$

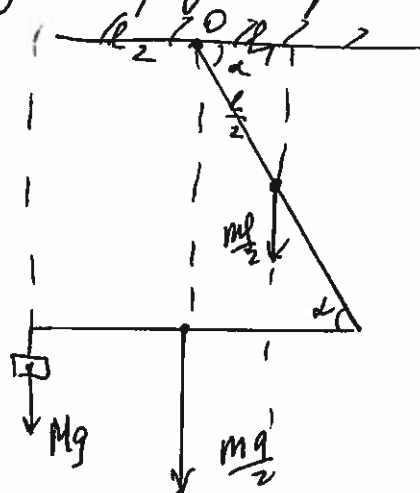
$$L_1 = \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$L_2 = \frac{l}{2} \quad (\text{т.к.})$$

стерши фиксирован
то центр масс находится
по середине

$$\frac{mg}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} = Mg \cdot \frac{l}{2}$$

$$M = \frac{m}{4}$$

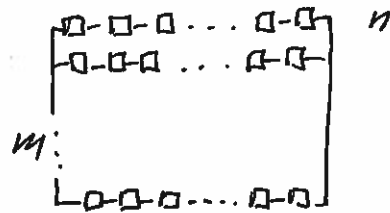


$$\text{Ответ: } M = \frac{m}{4}$$



Вариант № 2

N10. Пусть $n \cdot m = 400$
 $r = 9 \text{ Ом}$
 $R = 16 \text{ Ом}$



$$R_0 = \left(\frac{r}{n} \right)^{-1} = \frac{r \cdot n}{m} = \frac{9n}{m}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad P = I^2 R \Rightarrow I \rightarrow \max \Rightarrow r \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} R_0 = \frac{9n}{m} \\ n = \frac{400}{m} \end{cases} \Rightarrow R_0 = \frac{9 \cdot 400}{m^2} \quad R_0' = \frac{9 \cdot 400 \cdot (-2)}{m^3}$$

$$m = \frac{400}{n} \quad R_0 = \frac{9 \cdot 400}{n^2} \quad ; \quad R_0 = \frac{9 \cdot n}{200} \Rightarrow n = 200$$

$n = 1$; $m = 400$, тогда $R_0 \rightarrow \min \Rightarrow I \rightarrow \max \Rightarrow P \rightarrow \max$

Ответ: $m = 400$
 $n = 1$ ✓

N4. $3m + pq = 2019$

Рассмотрим каждое слагаемое

$3m : 3 \quad 2019 : 3 \Rightarrow$ по т. об остатках

$pq : 3 \quad \text{т.к. } p, q \in \mathbb{P}, \text{ значит } \begin{cases} p = 3 \\ q = 3 \end{cases}$

$$\begin{cases} m + p = 673 \\ m + q = 673 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 1). Если $m : 2$ и $p : 2$ / $m : 2$ и $q : 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{их сумма : 2} \Rightarrow \text{противоречие}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m : 2 \text{ и } p : 2 \\ m : 2 \text{ и } q : 2 \\ m : 2 \text{ и } q : 2 \end{cases}$$

2-е решение: простое четное число

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m + p = 673 \\ q = 3 \\ p = 2 \\ m + p = 673 \\ q = 3 \\ m = 2 \\ m + q = 673 \\ p = 3 \\ m = 2 \\ m + q = 673 \\ p = 3 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} m = 2 \\ p = 671 \\ q = 3 \\ p = 2 \\ m = 671 \\ q = 3 \\ m = 2 \\ p = 3 \\ q = 671 \\ m = 2 \\ p = 673 \\ q = 3 \end{cases}$

671 - не пр. число

нет решения



Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

