



Вариант № 2

№1

Проделив операцию в последний раз, получили число  $129x$  ( $x$  - последняя цифра числа). Не трудно найти такое число, которое являлось бы корнем или при возведении в квадрат было похоже на число  $129x$  тремя знаками. <sup>по порядку</sup> Значит таблицу квадратов двухзначных чисел или подбрав двухзначное число, найдём это число:

$$\begin{array}{r} 36^2 = 1296 \\ \begin{array}{r} \times 36 \\ 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array} \end{array} \Rightarrow x=6 \Rightarrow \text{последнее число было } 1296.$$

Проделим такое же действие ещё раз:

~~1296~~  $36a$  ( $a$  - последняя цифра числа).  $19^2 = 361$

Также последний раз, чтобы найти исходное <sup>исходное</sup> число:

$19b$  ( $b$  - последняя цифра числа).  $14^2 = 196$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

Таким образом, исходное число - 14.

Ответ: 14

№3  $2 + \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} = 2 + \left(\frac{\sin x}{\sin y}\right)^2 + \left(\frac{\sin y}{\sin x}\right)^2 = \left(\frac{\sin x}{\sin y}\right)^2 + 2 \frac{\sin x \cdot \sin y}{\sin y \cdot \sin x} + \left(\frac{\sin y}{\sin x}\right)^2 \Rightarrow$

$$\frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} = \left(\frac{\sin x}{\sin y} + \frac{\sin y}{\sin x}\right)^2$$

ОДЗ:  $\begin{cases} \sin y \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y \neq \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$



$\frac{\sqrt{4}}{3m + pq} = 2019$  Найдите все решения уравнения, если  $m, p, q$  - простые, натуральные числа.

$\frac{2019}{3} = 673 \Rightarrow$  число  $n$  не может быть больше 673 и не может быть равным 673, т.к. в таком случае  $p$  и  $q$  будут равны нулю. По условию  $p$  и  $q$  — простые числа, а 0 — не является простым числом.

Допустим,  $p=3$ , тогда 
$$\begin{aligned} 3(m+q) &= 2019 \\ m+q &= 673 \end{aligned}$$

Нельзя найти такие числа, которые удовлетворили условие ~~xxx~~,  
данное уравнение, т.к. при получении числа 673 при помощи  
какого-либо простого числа нужно прибавить к нему  
чётное, которое не является простым. Например:

$661 + 12 = 673$       661 - простое, делящееся на 661 и 1.

12 - тайное :  $12 : 2 = 6$ .

Will

$599 + 74 = 673$ 
 $599$  - простое, делящееся <sup>только</sup> на  $599$  и  $1$ .  
 $74$  - четное :  $74 : 2 = 37$

74 - темное :  $74:2 = 37$

Ответ: нет решений уравнение, удовлетворяющих все условия

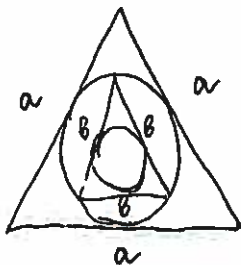
N8

Если изображение тёмное, то

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} \quad \text{u} \quad f_1 + d_1 = f_2 + d_2 = L$$

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = f_1 \\ f_1 = d_2 \\ d_1 = f_2 \end{array} \right\} \text{Targa} \quad \left. \begin{array}{l} \Gamma_1 = \frac{h_1}{h} = \frac{f_1}{d_1} \\ \Gamma_2 = \frac{h_2}{h} = \frac{f_2}{d_2} = \frac{f_1}{d_1} = \frac{d_1}{f_1} = \frac{1}{\Gamma_1} \end{array} \right\}$$

Quibem:  $h = 6$  cu  $\oplus$



$$\xi_0 = \frac{a}{2} \cdot h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{4} a^2} = \frac{\sqrt{3} a^2}{4}$$

$$\frac{2 \cdot S_{\text{большого круга}}}{4 \cdot 3a} = \frac{a^2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{6} \Rightarrow S_{\text{большого круга}} = \frac{\pi a^3 \cdot 3}{36} = \frac{\pi a^3}{12}$$

Т.к.  $a+a+a$  маленький треугольник является вписанным в большую окружность то его  $S = \frac{abc}{4r_{\text{большой}}}$   $= \frac{b^3 \cdot 6}{4a^2 \sqrt{3}}$  или  $S = \frac{r_{\text{мал.}} \cdot (3b)}{2} = \frac{6b^3}{4a^2 \sqrt{3}} = \frac{r_{\text{мал.}}}{2}$

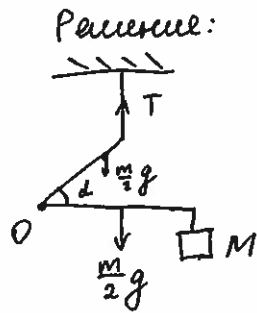


Вариант № 2

№6  
Дано:  
 $m$

$\alpha = 60^\circ$

$M = ?$



Условие равновесия стержня:

$$T = (m+M)g$$

Правило моментов:

$$T \cdot \frac{L}{4} = Mg \cdot \frac{L}{2} + \frac{m}{2} g \cdot \frac{L}{4} + \frac{m}{2} g \cdot \frac{L}{8} \quad | : g$$

$$\frac{M+m}{4} = \frac{M}{2} + \frac{m}{8} + \frac{m}{16}$$

$$4(M+m) = 8M + 2m + m$$

$$4M = m$$

$$M = \frac{m}{4}$$

Ответ:  $M = \frac{m}{4}$

№10 Дано:  $N = 400$  элементов  
 $R = 16 \text{ Ом}$   
 $r_0 = 9 \text{ Ом}$

Найти:  $m, n$  - ?

Определим общее число всех элементов:  $N = n \cdot m$ . Тогда  $I = \frac{n\varepsilon}{R + \frac{nr}{m}}$ .

Мощность ( $P$ ) во внешней цепи максимальна, когда

$r_{\text{внутр.}} = R_{\text{внешн.}}$ , т.к.  $P = UI = (\varepsilon - Ir_0)I = \varepsilon I - I^2 r_0$ .

$P_{\text{max}}$  в том случае, когда  $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ , тогда  $I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow r_{\text{внутр.}} = R_{\text{внешн.}}$   
(График №1)

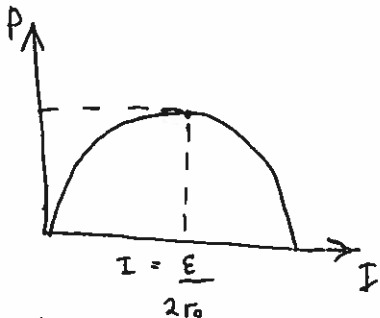


График №1

Из чего следует, что

$$R = \frac{nr}{m} = \frac{n^2 r}{mn} = \frac{n^2 r}{N}$$

$$n = \sqrt{\frac{NR}{r}} = \sqrt{\frac{400 \cdot 16}{9}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 4}{9}} = 26,6, \text{ но т.к. } n \text{ должно быть целым числом,}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ -60 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 25,6... \end{array}$$

возьмём ближайшее число: 25, при делении на которое  $N$  даёт целое  $m$ .

Тогда можем определить  $m, m = \frac{N}{n} = \frac{400}{25} = 16$

Ответ:  $n = 25; m = 16$ .



№9

Из-за того, что электрические разряды растекаются по стержню симметрично, а не хаотично, то в точке  $A$  ток  $I_A = 0$ . Но по приближению к точке  $B$  ток возрастает:

~~$I_A = I_B = I$~~

$$U_{AB} = I_{cp} \cdot \frac{R}{2} = \left( \frac{I_A + I_B}{2} \right) \cdot \frac{R}{2} = I \cdot \frac{R}{8}$$

Из-за того, что разделение электрических по стержню проходит симметрично, а не хаотично, то в точке  $P$  ток  $I_P$  к точке  $C$ . Но по приближению, т.е. с течением времени ток возрастает:

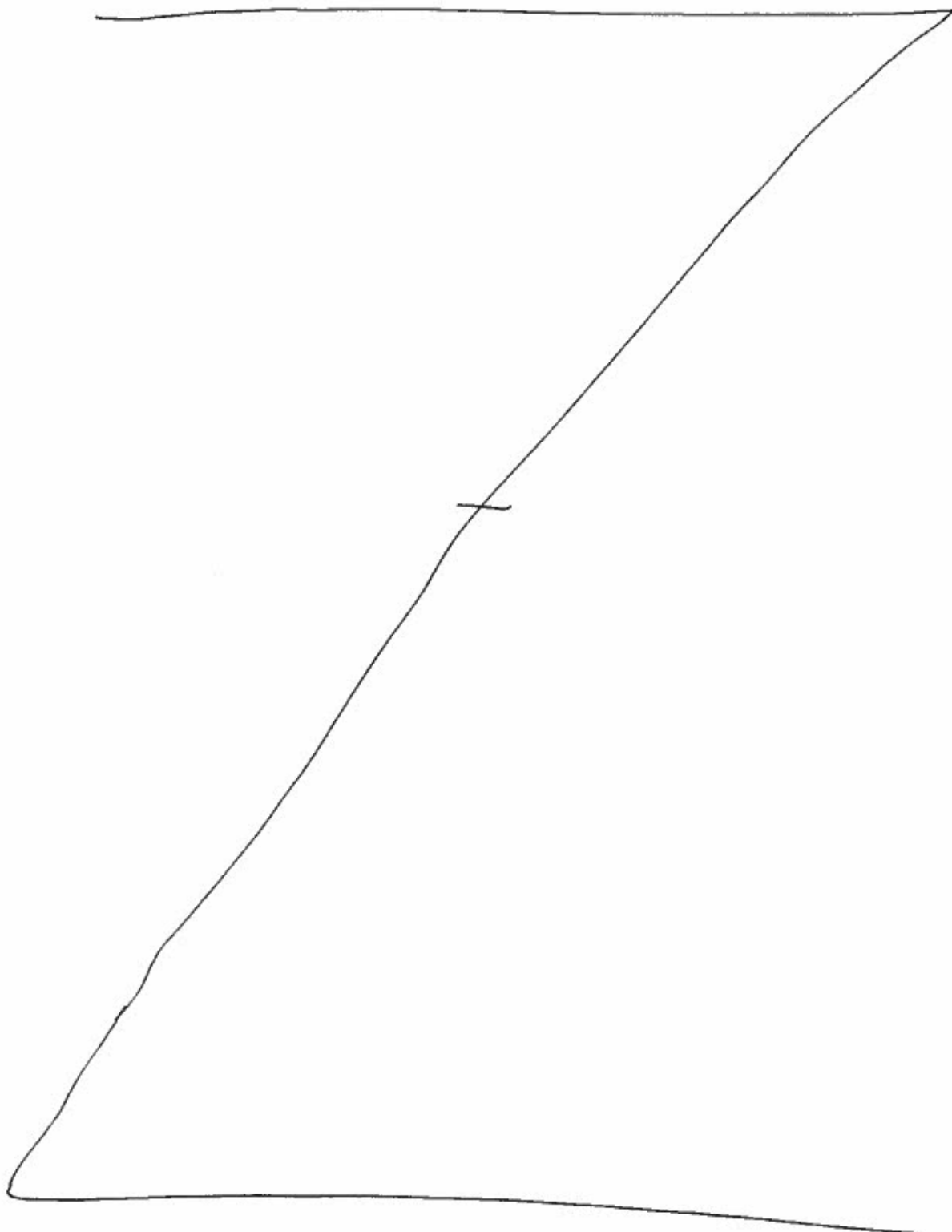
$$I_1 = \frac{I}{2} \cdot \frac{I}{L}, L = 100$$

$$U_{oc} = I_{cp} \cdot \frac{R}{2} = \left( \frac{I_o + I_c}{2} \right) \cdot \frac{R}{2} = I \cdot \frac{R}{8}$$

Ответ:  $U = I \cdot \frac{R}{8}$



Вариант № 2





Олимпиада школьников «Гранит науки»  
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

