



Вариант № 1

③  $1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$   
 $\{D\}: x, y \in (-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

$$1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x} = 1 + (\log_y x + \log_x y)^2 - 2 = (\log_y x + \log_x y)^2 - 1$$

$$a = \log_x y$$

$$f(a) = \left(\frac{1}{a} + a\right)^2 - 1, D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

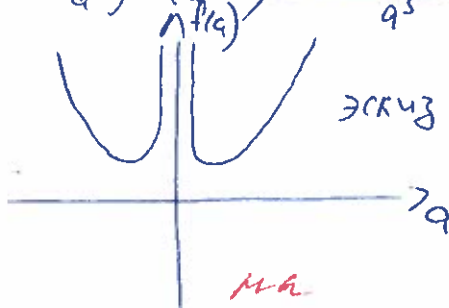
$$f'(a) = \left(1 - \frac{1}{a^2}\right) \cdot 2\left(\frac{1}{a} + a\right) = 0 \quad f'(a) = \left(1 - \frac{1}{a^2}\right) \cdot 2\left(\frac{1}{a} + a\right) = \frac{2(a^2 - 1)(a^2 + 1)}{a^3} = 0$$

$$\frac{a^2 - 1}{a^2} = 0 \Rightarrow a = \pm 1$$

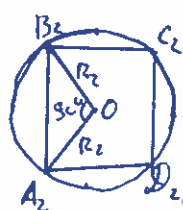
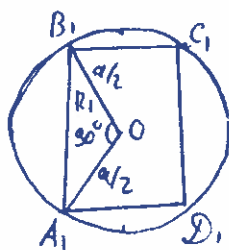
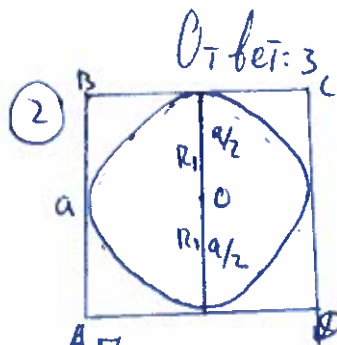


$$\min_{D(f)} f(a) = f(-1) = (-1 - 1)^2 - 1 = 3 = f(1)$$

$$\lim_{a \rightarrow +0} f(a) = \lim_{a \rightarrow -0} f(a) = +\infty$$



ма  
а есть  
сграницами?



$$a = \sqrt{2}$$

2

Пусть  $ABCE$ ,  $A_1B_1C_1D_1$  и  $A_2B_2C_2D_2$  — 1-ый, 2-ой и 3-ий по величине квадраты соответственно, а окружности с радиусами  $R_1$  и  $R_2$  — вписанные в квадраты  $ABCE$  и  $A_1B_1C_1D_1$  соответственно. Тогда  $R_1 = \frac{a}{2}$ . Заметим, что т.к. точка пересечения диагоналей квадрата — центр вписанной и описанной окружностей одновременно, центры всех окружностей совпадают (т.о). Тогда из  $\triangle A_1B_1O$ ,  $A_1B_1 = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ ,  $R_2 = \frac{A_1B_1}{2} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$ . Из  $\triangle A_2B_2O$  получаем, что  $A_2B_2 = R_2 \cdot \sqrt{2} = \frac{a}{2}$ .

$$S_{ABCE} + S_{A_1B_1C_1D_1} + S_{A_2B_2C_2D_2} = a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \text{ Ответ.}$$

④  $3m - pq = 2019$ .

Т.к.  $2019 : 3$  и  $3m : 3$ ,  $pq : 3 \Rightarrow \begin{cases} p=3 \\ q=3 \end{cases}$

•  $p=3$

$3(m-q) = 2019$

$m = 673 + q$

•  $q=2$

$m = 675 : 5$  - не удовлетворяет условию.

•  $q \neq 2$  ( $q$  - нечёт. число)

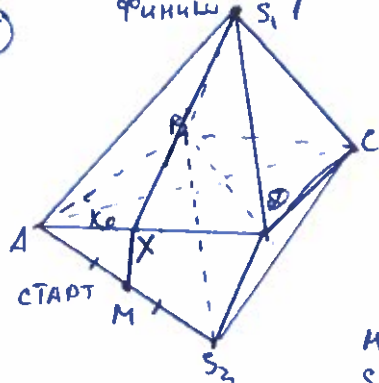
$m = 673 + q$  - чётное число, большее 2-х, что не удовлетворяет условию.

•  $q=3$  - аналогично  $p=3$  нет корней.

Т.к. при  $p=3$  или  $q=3$  исходное уравнение не имеет корней и при  $p \neq 3$  и  $q \neq 3$  исходное уравнение не имеет корней, исходное уравнение не имеет корней вообще.

Ответ: нет корней

⑤



Очевидно, что путь, проходящий по граням  $AS_1S_2$  и  $AS_2S_1$  или  $ABS_1$  и  $ABS_2$  короче, чем путь, проходящий по  $AS_1S_2$ ,  $S_1S_2S_1$  или  $ABS_2$ ,  $BS_2S_1$  и  $BS_1S_1$ . Кроме того, т.к.  $(AS_1S_2)$  - плоскость симметрии октаэдра, я рассмотрю путь, проходящий по ребру  $AS_2$  и пересекающий его в т.х, отстоящей от т.а на  $x_0$ .

$$MX = \sqrt{z^2 + x_0^2 - 2zx_0} = \sqrt{4 + x_0^2 - 2x_0}$$

$$S_1X = \sqrt{4^2 + x_0^2 - 4x_0} = \sqrt{16 + x_0^2 - 4x_0}$$

$S = MX + S_1X = \sqrt{4 + x_0^2 - 2x_0} + \sqrt{16 + x_0^2 - 4x_0}$  - длина пути.

①  $y$  - цена компании,  $z$  - цена магазина,  $z = 300$

$y = \frac{z + a \cdot 3300 + a}{17}$ ,  $a \in [-5; 4]$

Т.к.  $y \in \mathbb{Z}$  и  $3300 \equiv 2 \pmod{17}$ ,  $a = -2$  и  $y = 194$ .

$x = \frac{1940 + b}{17}$ ,  $b \in [-5; 4]$

Т.к.  $1940 \equiv 2 \pmod{17}$ ,  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $b = -2 \Rightarrow x = 114$

Ответ: 114

② Система придет в равновесие  $\Leftrightarrow \forall \ell = mg \Rightarrow \gamma = \frac{mg}{B\ell}$

или  
результат

Данное подключение резисторов  $\Leftrightarrow$  подключению резистора сопротивлением 0,6к



Олимпиада школьников «Гранит науки»  
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$U_c = 0,6R \text{ В}$  — напряжение на конденсаторе.

$$W = \frac{C U_c^2}{2} = \frac{C}{2} \left( \frac{3}{5} \frac{mgR}{BL} \right)^2 - \text{энергия, накопленная на конденсаторе.}$$

Ответ:  $\frac{C}{2} \left( \frac{3}{5} \frac{mgR}{BL} \right)^2$ .

- ⑥ Т.к. картинка сместилась на 2 полоски, главный интерференционный максимум соответствует второму максимуму  $\Rightarrow$  разность опт. хода  $= 2 \cdot 2 \cdot \lambda \cdot \frac{1}{\sin \alpha}$ ,  
 $\lambda$  — длина волны  
 $\frac{1}{\sin \alpha}$  — длина трубки  
 $n$  — показатель преломления материала трубки  
 $n_0 = n - n_0$

$$\frac{2 \cdot 2}{\lambda_0} = n - n_0 \Rightarrow n = n_0 + \frac{2 \cdot 2}{\lambda_0} = 1,000312 / \text{ответ.}$$

⑦  $\frac{E_{\text{полн1}}}{E_{\text{полн2}}} = \frac{l_1}{l_2} = 2,25$ ,  $l_1, l_2$  — длины маятников

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = 2 \\ v_2 = 3 \end{array} \right\}$$

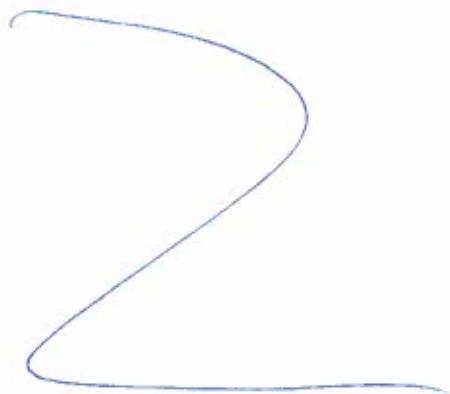
$$v_2 - v_1 = 1$$

$$\Delta l = l_1 - l_2 = 1,25 l_1$$

$$4\pi v_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}} \Rightarrow l_1 = \frac{g}{16\pi^2 v_1^2} / \text{ответ}$$

$$\Delta l = \frac{5}{4} l_1 = \frac{5g}{64\pi^2} / \text{ответ.}$$

⑤



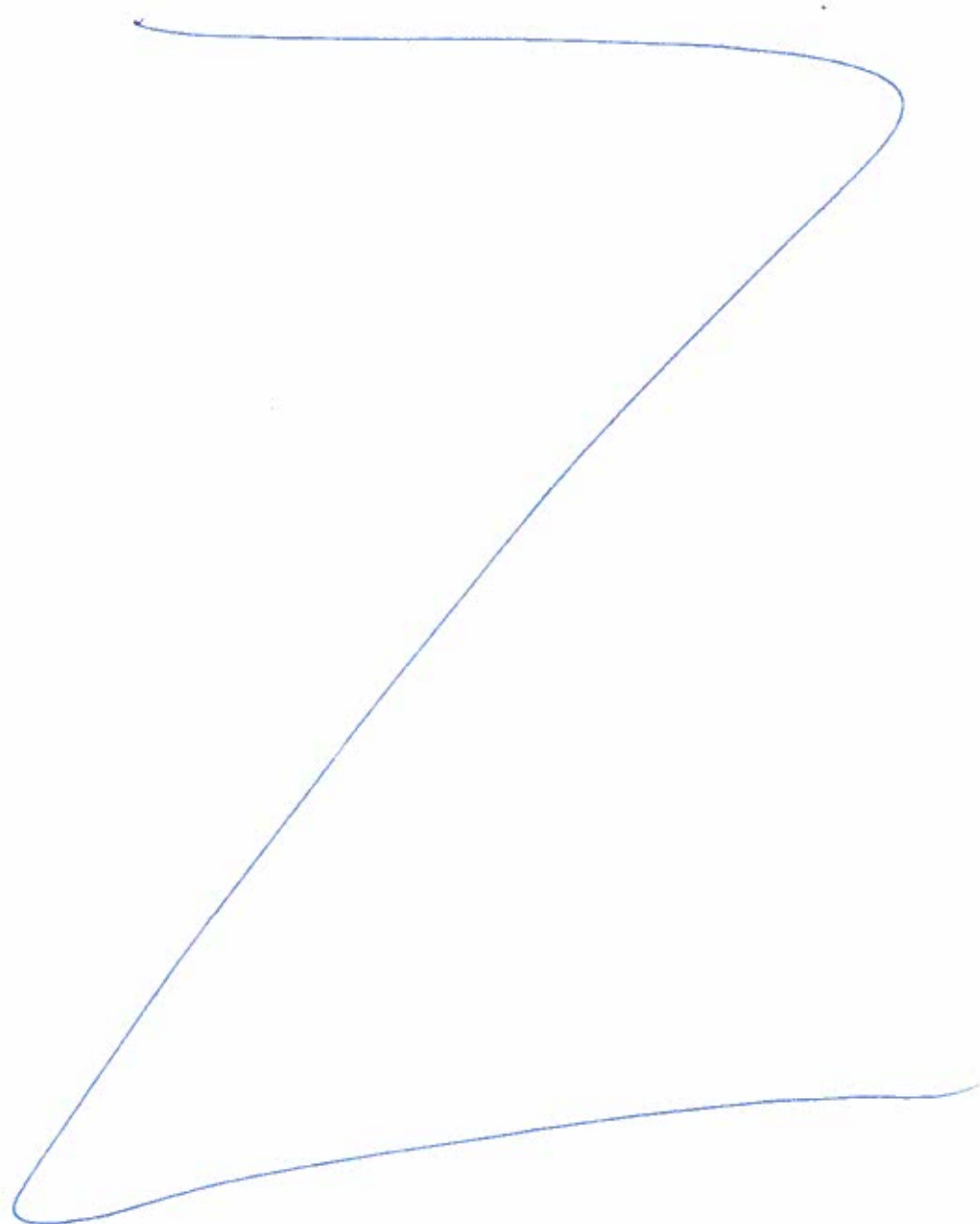
покажишь?

68.

58.

покажишь?

28.





**Олимпиада школьников «Гранит науки»**  
**БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ**

