



Вариант № 3

~1

Найдем цену, с которой товар прибыл в магазин.

$$\begin{array}{r} 5150 \overline{) 17} \\ 51 \\ \underline{-50} \\ 34 \\ \underline{-16} \end{array}$$

Проверка: $302 \cdot 1,7 = 513,4 \approx 513$, это не ур. условие.
Значит нужная цена 303, верь
 $303 \cdot 1,7 = 515,1 \approx 515$.

Итого, прибавивший товар в магазин имел цену 515.

Найдем начальную цену товара

$$\begin{array}{r} 3030 \overline{) 17} \\ 17 \\ \underline{-17} \\ 133 \\ \underline{-119} \\ 140 \\ \underline{-136} \\ 4 \end{array}$$

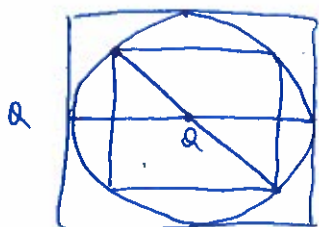
Проверка: $178 \cdot 1,7 = 302,6 \approx 303$ - цена,
которая удовлетворяет найденной ранее.
Имеем $x = 178$:

$$\underline{178} \cdot 1,7 = 302,6 \approx 303 \rightarrow 303 \cdot 1,7 = 515,1 \approx \underline{515}$$

Ответ: 178.

~2.

Заметим, что в квадрат вписанной а вписана окружность, диаметр которой тоже а.



Тогда диагональ след. квадрата равна а.
Стороны квадрата со стороной а
равны $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

$$\text{Заметим: } S_{\text{кв}} = a^2; S_{\text{след}} = \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

Последний квадрат, аналогично, будет
иметь площадь, в два раза меньше того.

Составим бесконечную геометрич. прогрессию, где b - это площадь того квадрата, а каждый последующий член - площадь след. квадрата, в 2 раза меньше предыдущего.
 $b = a^2$; $q = \frac{1}{2}$; S - сумма ^{членов} бесконечно убыв. прогрессии

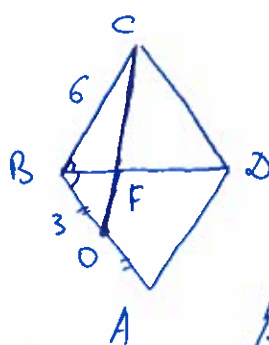
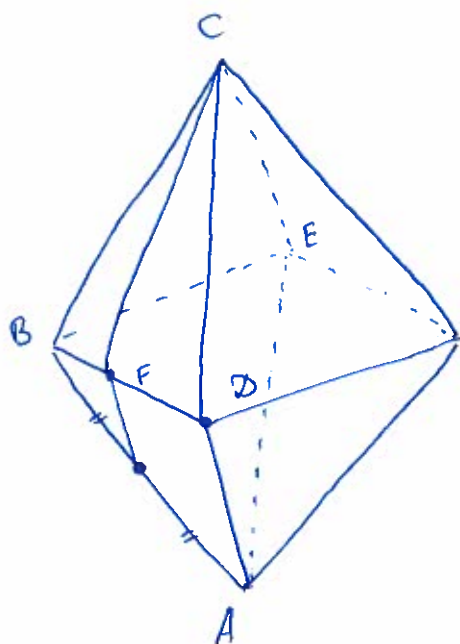
$$S = \frac{b}{1-q} = \frac{a^2}{1-\frac{1}{2}} = 2a^2$$

Итого, сумма всех площадей квадратов равна $2a^2$

Ответ: $2a^2$



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ



~ 5

Заметим, что крайний путь пройдет либо через ребро BD , либо BE .
П.к. расстояние от этого не уменьшается рассмотрим случай, когда путь пройдет через ребро BD .

~~Допустим, путь пройдет через произвольную точку F ($F \in BD$).~~

~~Обозначим $BF = a$.~~

~~По т. косинусов для $\triangle ABF$ и $\triangle BCF$ найдем AF и CF соотв.:~~

~~$$AF^2 = a^2 + BO^2 - 2a \cdot BO \cdot \cos 60^\circ$$~~

~~$$CF^2 = a^2 + BC^2 - 2a \cdot BC \cdot \cos 60^\circ$$~~

~~$$\begin{cases} OF^2 = a^2 + 9 - 3a \\ CF^2 = a^2 + 36 - 6a \end{cases}$$~~

Заметим, что крайний путь у п. OBC , это прямая OC ($OC \cap BD = F$)

По т. косинусов для $\triangle BCO$ найдем CO .

$$CO^2 = BC^2 + BO^2 - 2 \cdot BC \cdot BO \cdot \cos 120^\circ$$

$$CO^2 = 36 + 9 + 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 63$$

$$CO = 3\sqrt{7} \text{ — искомая длина}$$

П.к. BF — биссектриса $\angle OBC$, то $\frac{OF}{FC} = \frac{BO}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Тогда $OF = \sqrt{7}$; $FC = 2\sqrt{7}$.

Найдем BF у $\triangle BOF$:

$$OF^2 = BF^2 + BO^2 - 2 \cdot BF \cdot BO \cdot \cos 60^\circ$$

$$28 = BF^2 + 9 - 2 \cdot BF \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$BF^2 - 3BF - 19 = 0$$

$$D = 9 + 76 = 85$$

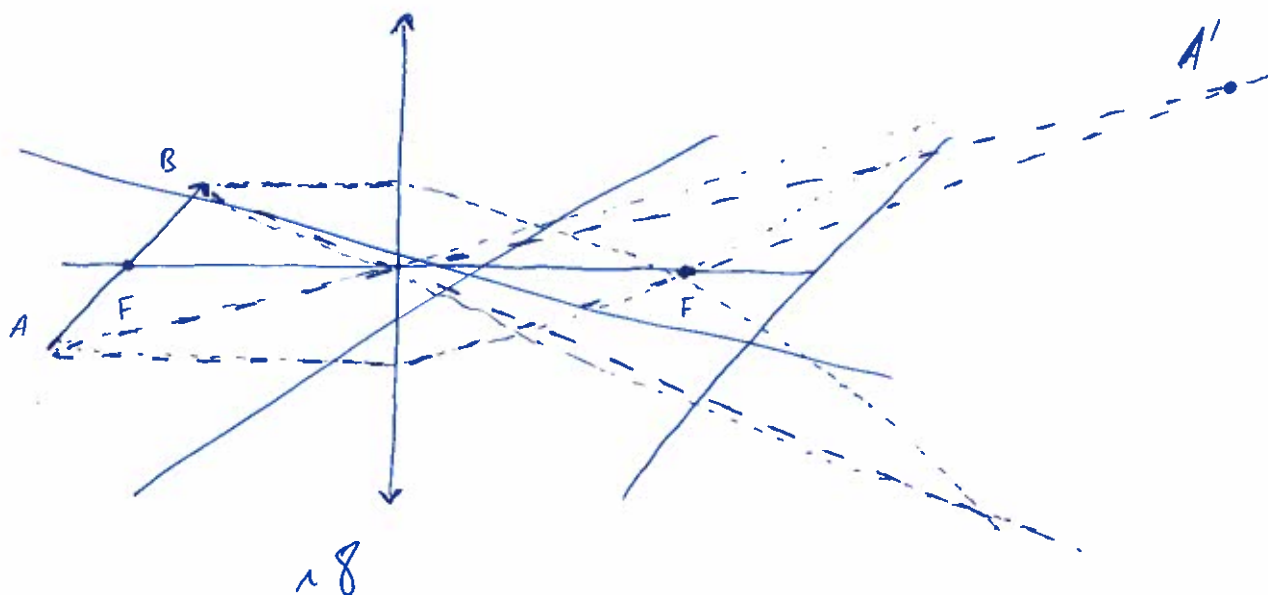
$$BF = \frac{3 + \sqrt{85}}{2}$$

Ответ: $3\sqrt{7}$.

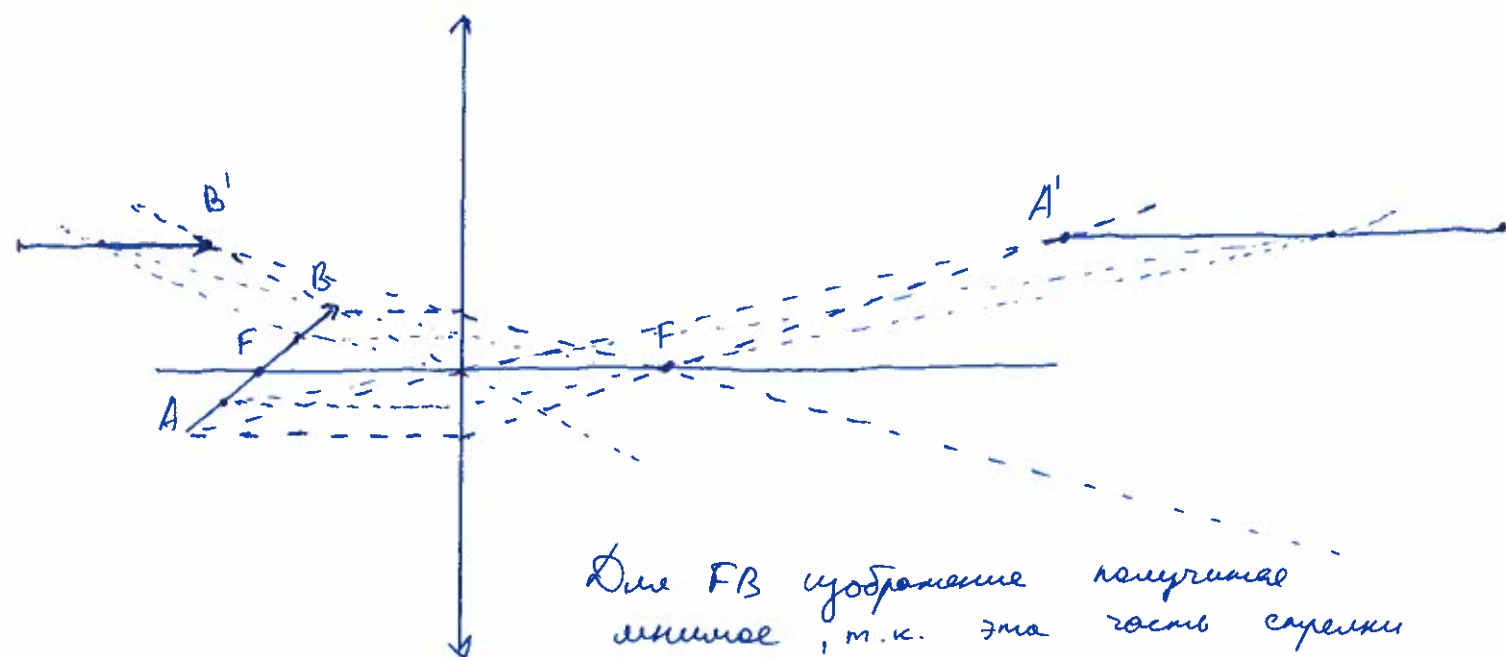


Вариант № 3

~ 8



~ 8



Для FB изображение кривизна
линейное, т.к. эта часть срезки
находится ближе фокусного расстояния.
Обе части срезки будут иметь бесконечно длинное
изображение, т.к. AB проходит через F.



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$y = 3 + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} + \frac{\cos^2 y}{\cos^2 x} \quad \sim 3$$

$$\frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} = t, \quad t \geq 0; \quad \frac{\cos^2 y}{\cos^2 x} = \frac{1}{t}.$$

$$y = 3 + t + \frac{1}{t}$$

$$y' = 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{t^2 - 1}{t} = \frac{(t-1)(t+1)}{t}$$

$$\begin{array}{ccccccc} - & + & - & + & & & y' \\ \rightarrow -1 & \rightarrow 0 & \rightarrow 1 & \rightarrow & & & t \end{array}$$

т.к. $t \geq 0$, то

$$y_{\min} = y(1) = 3 + 1 + \frac{1}{1} = 5.$$

Проверим, что значение $t=1$ достигается:

$$\frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} = 1 \quad \text{Пример} \quad \cos x = 1$$

$$\cos y = 1.$$

Итого, минимальное значение выражения

$$3 + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} + \frac{\cos^2 y}{\cos^2 x} \quad \text{равно } 5.$$

Ответ: 5.

~ 4

$$673m + pq = 2019.$$

т.к. m, p, q - положительные простые числа, рассмотрим все возможные варианты чисел m .
Минимально возможное простое число $m=2$.

1) При $m=2$:

$$673 \cdot 2 + pq = 2019$$

$$pq = 673$$

673 - простое число и представить его можно в виде произведения только ед. способом т.е. 673, но т.к. ни p , ни q не могут быть равными 1, то решений при $m=2$ нет.

2) При $m=3$

$$673 \cdot 3 + pq = 2019$$

$$pq = 0.$$

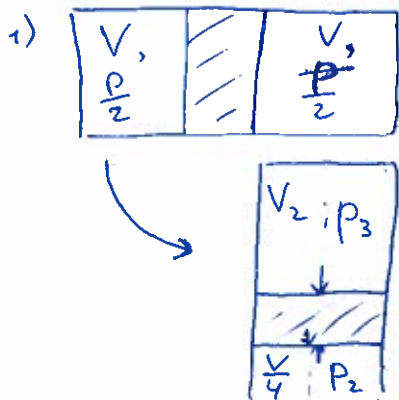
Очевидно, что 0 нельзя представить в виде произведения простых чисел.

3) При $m > 3$ $pq < 0$, что не ур. условию

Ответ: нет решений.



Вариант № 3



~2

Т.к. температура и масса
в процессе не меняются, то
перед нами изотермический процесс
 $pV = T$; $T = \text{const}$; $pV = \text{const}$.

Рассмотрим левую часть трубы $\rightarrow$ нижней
части трубы.

$$\frac{P}{2} \cdot V = \frac{V}{4} \cdot P_2, \text{ откуда } P_2 = 2P$$

Т.к. пар может конденсироваться в воду,

то только половина б. пара останется. Тогда давление пара
снова будет P .

Рассмотрим правую $\rightarrow$ верхнюю часть

$$\frac{P}{2} V = V_2 P_3; \quad V_2 = (V + V) - \frac{V}{4} = \frac{7V}{4}; \quad P_3 = \frac{2}{7} P.$$

Имеем: $P_2 = P_3 + P_{\text{пары}}$

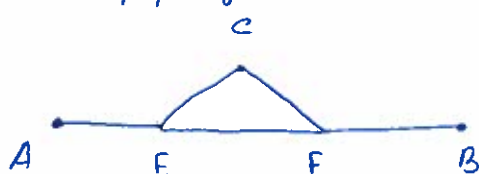
$$P = \frac{2}{7} P + P_{\text{пары}} \rightarrow P_{\text{пары}} = \frac{5}{7} P.$$

Ответ: $\frac{5}{7} P$.



~6.

Перерисуем схему:



Сопротивл. на участке ECF: $R_1 = \rho \frac{l}{S}$

Сопр. на от. EF: $R_2 = \rho \frac{2l}{S} = 2R_1$

Т.к. $R_1 = R_2$; $I_1 = I_2$, то

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 = U = 3V.$$

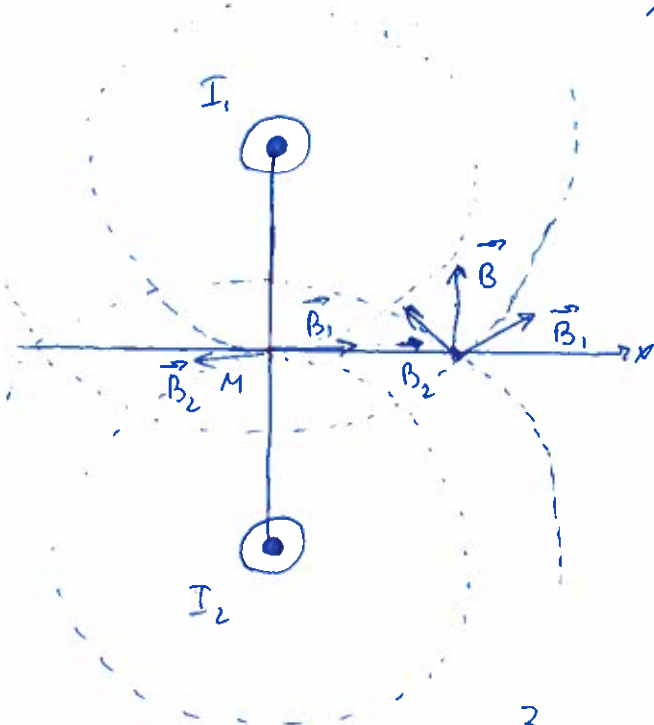
$$U_{EF} = 3V.$$

Ответ: $3V$.



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

~ 9



П.к. в точке M индукция равна 0, значит индукции проводников компенсируются, т.е. в т. M векторы индукции направлены противоположно. Справа от точки M , вектор $\vec{B}$ является результирующей суммой $\vec{B}_1 + \vec{B}_2$. По правилу правой буравки направления токов в том и том проводнике совпадают и направлены по ос.

П.к. в т. M $\vec{B} = 0$, но $I_1 = I_2$.

Заметим, что во сколько раз увеличивается радиус, во столько же раз уменьшается значение индукции.

Итак, значение индукции произойдет при $\vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$ в $x = L$.

Тогда $\vec{B} = \sqrt{2} \vec{B}_1$.

Ответ: $I_1 = I_2$, $x = L$. (-)

+

