



Вариант № 4

N1

Число 384 является квадратом некоторого натур. числа, если к нему приписать цифру 4. Подбором получим, что $3844 = 62^2$.
Аналогично выясним, что если к числу 62 приписать 5, то $625 = 25^2$.
В последний раз проведем эту операцию и получим, что $256 = 16^2$,
значит изначальное число является $16 \in \mathbb{N}$.

Ответ: 16

+

N2



1) т.к. даны правильные треугольники, то
 $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; если r -радиус впис. окр., то $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

2) Можно заметить, что радиус впис. окр. начального Δ является радиусом опис. окр. Δ , вписанного в окр., вписанную в изначальный Δ , т.е. R -радиус опис. окр. для 2-го Δ .

$$R = r \cdot \frac{b\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow b = \frac{a}{2}, \text{ где } b - \text{сторона 2-го прав. } \Delta$$

3) Аналогично поступая, ^{можно показать} что сторона каждого следующего треугольника будет в 2 раза меньше предыдущего, тогда рассмотрим прогрессию для первых трёх треугольников.

$$S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad S_2 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16} \quad S_3 = \frac{c^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2\sqrt{3}}{16} = \frac{a^2\sqrt{3}}{64}, \text{ где } c - \text{сторона 3-го } \Delta$$

Анализируя данные, можно заметить бесконечно убывающую прогрессию,
где $q = \frac{1}{4}$; b_1 - первый член этой прогрессии

$$S_{\text{сумма}} = \frac{b_1}{1-q} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4 \cdot (1-\frac{1}{4})} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3} - \text{сумма площадей всех } \Delta$$

Ответ: $S_{\text{сумма}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ +

N3

$$4 + \frac{tg^2 x}{tg^2 y} + \frac{tg^2 y}{tg^2 x}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} tg x \neq 0 \\ tg y \neq 0 \\ y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Пусть $\frac{tg^2 x}{tg^2 y} = t, t > 0$, тогда $4 + t + \frac{1}{t}$

Учитывая, что $t + \frac{1}{t} \geq 2$, то т.к. нам нужно найти наименьшее значение выражения, то при $t=1$ наименьшее значение выражения
будет 6.

Ответ: 6

+


$$673m - pq = 2019 \quad m, p, q - \text{поп. пр. числа}$$

$2019 = 3 \cdot 673 = 673m - p \cdot q$
 Проанализировав выражение, делаем вывод, что правая часть должна делиться на 673 и на 3
 $2 \cdot 673 = 673(m - a)$

1) Пусть $p = 673$, тогда $3 \cdot 673 = 673(m - q)$
 $m - q = 3$

Начинаем анализировать:
 чтобы получить при вычитании двух простых положительных чисел 3,
 нужно, чтобы они были рядом в ряде простых положительных чисел
 1 2 3 5 7 11 13 17 и т.д.

1 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 101 103 107 109 113 127 131 137 139 143 149 151 157 163 167 173 179 181 187 191 193 197 199 211 223 227 229 233 239 241 247 251 257 263 269 271 277 281 283 287 293 299 307 311 313 317 331 337 341 347 349 353 359 367 373 379 383 389 397 401 407 409 413 419 421 427 431 433 437 439 443 449 457 461 463 467 473 479 481 487 491 493 497 503 509 511 517 521 523 527 531 533 537 541 547 551 557 563 569 571 577 581 583 587 593 599 607 611 613 617 631 637 641 643 647 649 653 659 667 673 679 683 687 691 693 697 701 703 707 709 713 719 721 727 731 733 737 739 743 749 757 761 763 767 773 779 781 787 791 793 797 803 809 811 817 821 823 827 831 833 837 839 843 849 857 861 863 867 873 879 881 887 891 893 897 901 903 907 909 913 919 921 927 931 933 937 939 943 949 957 961 963 967 973 979 981 987 991 993 997 1003 1009 1011 1013 1017 1021 1023 1027 1031 1033 1037 1039 1043 1049 1057 1061 1063 1067 1073 1079 1081 1087 1091 1093 1097 1103 1109 1111 1113 1117 1121 1123 1127 1131 1133 1137 1139 1143 1149 1157 1161 1163 1167 1173 1179 1181 1187 1191 1193 1197 1201 1203 1207 1209 1213 1219 1221 1227 1231 1233 1237 1239 1243 1249 1257 1261 1263 1267 1273 1279 1281 1287 1291 1293 1297 1301 1303 1307 1309 1313 1319 1321 1327 1331 1333 1337 1339 1343 1349 1357 1361 1363 1367 1373 1379 1381 1387 1391 1393 1397 1403 1409 1411 1413 1417 1421 1423 1427 1431 1433 1437 1439 1443 1449 1457 1461 1463 1467 1473 1479 1481 1487 1491 1493 1497 1501 1503 1507 1509 1513 1519 1521 1527 1531 1533 1537 1539 1543 1549 1557 1561 1563 1567 1573 1579 1581 1587 1591 1593 1597 1601 1603 1607 1609 1613 1619 1621 1627 1631 1633 1637 1639 1643 1649 1657 1661 1663 1667 1673 1679 1681 1687 1691 1693 1697 1701 1703 1707 1709 1713 1719 1721 1727 1731 1733 1737 1739 1743 1749 1757 1761 1763 1767 1773 1779 1781 1787 1791 1793 1797 1801 1803 1807 1809 1813 1819 1821 1827 1831 1833 1837 1839 1843 1849 1857 1861 1863 1867 1873 1879 1881 1887 1891 1893 1897 1901 1903 1907 1909 1913 1919 1921 1927 1931 1933 1937 1939 1943 1949 1957 1961 1963 1967 1973 1979 1981 1987 1991 1993 1997 2003 2009 2011 2013 2017 2021 2023 2027 2031 2033 2037 2039 2043 2049 2057 2061 2063 2067 2073 2079 2081 2087 2091 2093 2097 2101 2103 2107 2109 2113 2119 2121 2127 2131 2133 2137 2139 2143 2149 2157 2161 2163 2167 2173 2179 2181 2187 2191 2193 2197 2201 2203 2207 2209 2213 2219 2221 2227 2231 2233 2237 2239 2243 2249 2257 2261 2263 2267 2273 2279 2281 2287 2291 2293 2297 2301 2303 2307 2309 2313 2319 2321 2327 2331 2333 2337 2339 2343 2349 2357 2361 2363 2367 2373 2379 2381 2387 2391 2393 2397 2401 2403 2407 2409 2413 2419 2421 2427 2431 2433 2437 2439 2443 2449 2457 2461 2463 2467 2473 2479 2481 2487 2491 2493 2497 2501 2503 2507 2509 2513 2519 2521 2527 2531 2533 2537 2539 2543 2549 2557 2561 2563 2567 2573 2579 2581 2587 2591 2593 2597 2601 2603 2607 2609 2613 2619 2621 2627 2631 2633 2637 2639 2643 2649 2657 2661 2663 2667 2673 2679 2681 2687 2691 2693 2697 2701 2703 2707 2709 2713 2719 2721 2727 2731 2733 2737 2739 2743 2749 2757 2761 2763 2767 2773 2779 2781 2787 2791 2793 2797 2801 2803 2807 2809 2813 2819 2821 2827 2831 2833 2837 2839 2843 2849 2857 2861 2863 2867 2873 2879 2881 2887 2891 2893 2897 2901 2903 2907 2909 2913 2919 2921 2927 2931 2933 2937 2939 2943 2949 2957 2961 2963 2967 2973 2979 2981 2987 2991 2993 2997 3001 3003 3007 3009 3013 3019 3021 3027 3031 3033 3037 3039 3043 3049 3057 3061 3063 3067 3073 3079 3081 3087 3091 3093 3097 3101 3103 3107 3109 3113 3119 3121 3127 3131 3133 3137 3139 3143 3149 3157 3161 3163 3167 3173 3179 3181 3187 3191 3193 3197 3201 3203 3207 3209 3213 3219 3221 3227 3231 3233 3237 3239 3243 3249 3257 3261 3263 3267 3273 3279 3281 3287 3291 3293 3297 3301 3303 3307 3309 3313 3319 3321 3327 3331 3333 3337 3339 3343 3349 3357 3361 3363 3367 3373 3379 3381 3387 3391 3393 3397 3401 3403 3407 3409 3413 3419 3421 3427 3431 3433 3437 3439 3443 3449 3457 3461 3463 3467 3473 3479 3481 3487 3491 3493 3497 3501 3503 3507 3509 3513 3519 3521 3527 3531 3533 3537 3539 3543 3549 3557 3561 3563 3567 3573 3

Все простые пол. числа четные, кроме 2.
Т.к. 3-число нечет., то оно может получиться только при
вычитании из чет. нечетного или наоборот, из нечет. четного.
Значит нам только нужно число 2, т.к. оно единственное четное
простое полн. число.
1 1 1 не подходит
 $5-2=3$ - подходит

2-1=1 - не подходит
3-2=1 - не подходит

$5-2=3$ - поухогит

$7 - 3 = 5$ - не подходит

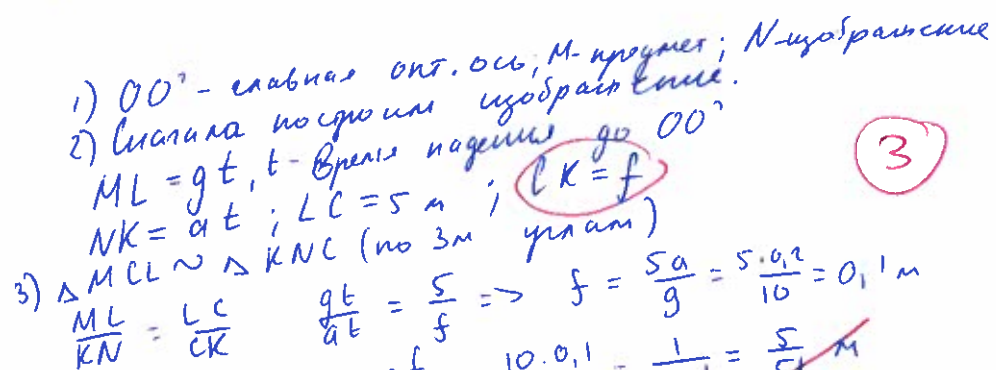
7-3 = 5 - не подходит
продолжить дальше подсчитывать не смысла,
т.к. разность тогда будет больше 3х.

Знашт $m=5$ $q=2$

Значит $m=5$ $q=2$
2) Пусть $q=6+5$, тогда аналогично $m=5$; $p=2$

Other:

- 1) $m=5, q=2, p=673$
- 2) $m=5, p=2, q=673$



4) $\rho = \frac{KN}{ML} = \frac{a}{g} = \frac{f-F}{F} \Rightarrow aF = gf - gF$
 Or: ~~$f = 5$~~ $F = \frac{5}{51} m$

$$F = \frac{gf}{a+g} = \frac{10 \cdot 0,1}{0,2+10} = \frac{1}{\frac{50}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{5}{51} \text{ m}$$

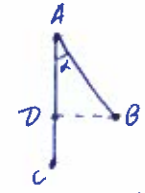
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{u} + \frac{1}{f}$$

$f \neq LK$



Вариант № 4

№7
1) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$ $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Leftrightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = 2 \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = 4$

2)  т.к. одинаковые угловые амплитуды, то $d_1 = d_2 = d$
 $AB = AC = l$ $DC = H$ $AD = x$
 $\cos d = \frac{x}{l} \Rightarrow x = l \cos d$ $H = l - x = l - l \cos d = l(1 - \cos d)$ — макс. высоты подъема
 где I — маятника: $H_1 = l_1(1 - \cos d)$
 $H_2 = l_2(1 - \cos d)$

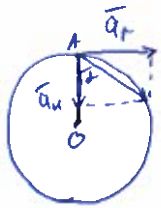
3) $W_{\text{полная}} = W_{\text{кин}} + W_{\text{пот}} = W_{\text{кин, макс}} = W_{\text{пот, макс}}$

$$\frac{W_{\text{полн1}}}{W_{\text{полн2}}} = \frac{W_{\text{пот макс1}}}{W_{\text{пот макс2}}} = \frac{m_1 g H_1}{m_2 g H_2} = \frac{H_1}{H_2} = \frac{l_1(1 - \cos d)}{l_2(1 - \cos d)} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{4}$$

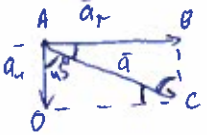
$m_1 = m_2 = m$
(по усл.)

8

Ответ: полные механические энергии отличаются в 4 раза
№8



1) $OA = R$; $d = 45^\circ$; a_r — тангенс уск., a_n — уск. нормальное.

2)  $a^2 = a_r^2 + a_n^2$
 $\triangle ABC = \triangle AOC$ (по стороне и двум прилегающим углам)
 $AB = AO \Leftrightarrow a_r = a_n$
 $a^2 = 2a_n^2$ $a_n = \frac{a}{\sqrt{2}}$

3) т.к. точка движется по окр., то $a_n = \omega^2 R$
 $\omega = \sqrt{\frac{a_n}{R}} = \sqrt{\frac{a}{\sqrt{2} R}}$

2

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{a}{R\sqrt{2}}}$

вопрос об угловом ускорении



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

N9

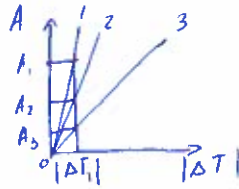
1) Разберём адиабатический процесс

$$Q=0 \quad \text{для адиабаты} \quad A + \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) = 0 \quad \boxed{A \sim \Delta T}$$

$$A \pm \frac{i}{2} \nu R (T_1 - T_2) \quad |T_1 - T_2| - \text{берем модуль и пишем график}$$

$$A_1 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T - \text{для одноатомного газа аргона}$$

$$A_2 = \frac{5}{2} \nu R \Delta T - \text{для двухатомного газа азота}$$



Рассмотрим случаи при $|\Delta T_1|$
из формулы следует, что $A_1 > A_2$, значит
возможны случаи: 1 - N_2 и 2 - Ar
2 - N_2 и 3 - Ar
1 - N_2 и 3 - Ar

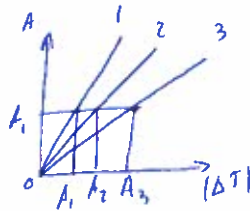
4.

2) Рассмотрим изобарный процесс

$$p = \text{const} \quad Q = \Delta U + A$$

$$Q_1 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_1 + A - \text{для одноатомного}$$

$$Q_2 = \frac{5}{2} \nu R \Delta T_2 + A - \text{для двухатомного}$$



Анализируя график и учитывая
1) пункт получаем:

- 3 - изобарный процесс для азота
 - 2 - адиабата
 - 3 - адиабатический процесс для аргона
 - 2 - изобарный процесс для аргона
 - 1 - изобарный процесс для азота
- Неверно

3) Изотермический процесс
 $\Delta T = 0, T = \text{const} \Rightarrow \Delta U = 0 \quad Q = A$



изотерма будет совпадать с осью Q и A

4) Изохорный процесс

$$V = \text{const} \Rightarrow A = 0$$



изохора будет совпадать с осью Q и A

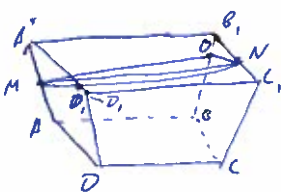
Ответ: а) 1 - изобарный процесс для азота
2 - изобарный процесс для аргона
3 - адиабатический процесс для аргона

б) изотерма совпадает с осью A
изохора совпадает с осью Q



Вариант № 4

N5



1) Т.к. мы ищем кратчайший маршрут, то, учитывая то маршрут идёт по внутренней поверхности, он пройдёт по наименьшему числу граней. то AA, B, B и BB, C, C или

AA, D, D или A, B, C, D,

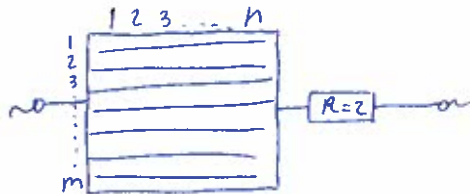
2) Спроектируем прямую MN на эти 4 грани.
Значит наш кратчайший маршрут будет $MO + ON$ или $MO + O_1N$
т.к. $NO_1 > MO$ и $NO < MO$, то искомым маршрут будет $MO + ON$.

$MO + ON$.



Ответ: Искрчайший маршрут $(MO + ON)$
Точка пересечения с преодолеваемым ребром BB, а именно O.

N10



$$1) I_{\text{наиб}} = \frac{E_{\text{наиб}}}{R}$$

2) Анализируя зависимости на примерах с

гораздо меньшим количеством батарей, делаем вывод, что $I_{\text{наиб}}$ достигается при $m=5$ и $n=20$

это не решено!

Ответ: $m=5$
 $n=20$



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

