



Вариант № 4

21.

Так как в конце 1 цифру зачеркнули, последнее число возведенное в квадрат было 4-значное и имело форму 384?, $62^2 = 3844$, числа 61 и 63 отличаются от 62^2 на десятки $\Rightarrow$ 62-число бывшее после 2-ой операции.

Аналогично число могло быть 62? $25^2 = 625$ и так же 24^2 и 26^2 отличаются на десятки.

Аналогично исходное число в квадрате имело вид 25? $16^2 = 256$, 24^2 и 16^2 отличаются на десятки $\Rightarrow$ исходное число 16

Ответ: 16. +

23 Представим $x = \frac{tg^2 x}{tg^2 y}$, тогда выражение примет вид $4x + \frac{1}{x}$, где $x > 0$ т.к. числа в квадратах. При $x = 1$ $4x + \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x < 2$; $x > 0,5$. На этом отрезке график функции

$y = 4x + \frac{1}{x}$ имеет параболу.

$y' = 4 - x^{-2}$; $4 - x^{-2} = 0$; $x^{-2} = 4$; $x = 1 \Rightarrow$ Точка минимума находится это 1.

Если $x = 1$, то $\frac{tg^2 x}{tg^2 y} = 1 \Rightarrow x = y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ (ОДЗ), значит

$$4 + \frac{tg^2 x}{tg^2 y} + \frac{tg^2 y}{tg^2 x} = 4 + 1 + 1 = 6$$

Ответ: 6. +

24

$2019: 673 = 3 \Rightarrow m \geq 3$ т.к. $p > 0$.

0 - не простое число $\Rightarrow p > 0 \Rightarrow m \geq 3$. Тогда равенство можно переписать так

$p = 673(m-3)$ Число 673 простое $\Rightarrow p$ или 4 либо p либо $4 = 673$.

Тогда 2-ое из этих чисел равно $m-3 \Rightarrow m-3$ простое.

Так как все прочие числа не четные кроме 2, то $m-3$ - четное число и простое, значит равно 2. Тогда $m = 5$

Ответ: $m = 5$ $p = 2$ $q = 673$; $m = 5$ $p = 673$ $q = 2$.



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

№ 6

Дано:

$$d = 5 \text{ м}$$

$$a = 0,1 \text{ м/с}^2$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Р?

Решение: обозначим

x - путь тела

x' - путь изображения

$$x = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$x' = v_0' t + \frac{a t^2}{2}$$

Допустим, что $v_0 = 0$

$$x = \frac{g t^2}{2}$$

$$x' = \frac{a t^2}{2}$$

$$\frac{x}{x'} = \frac{g}{a}$$

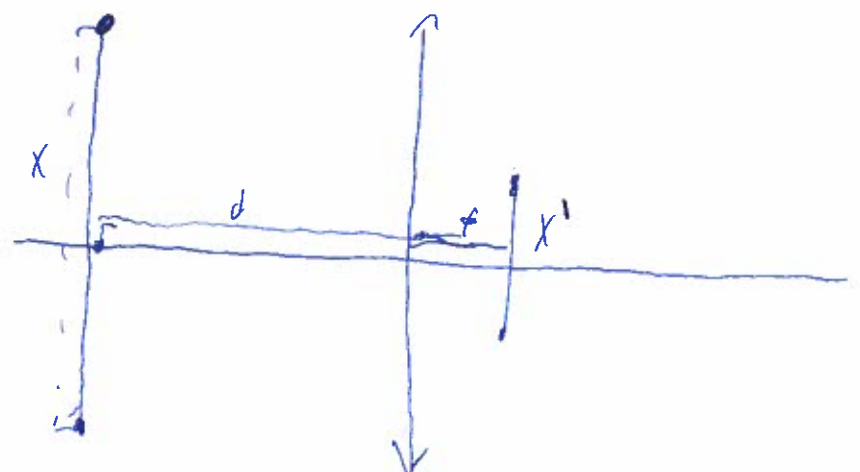
Представим x и x' как предмет и его изображение, тогда

$$\frac{f}{a} = \frac{d}{f} \Rightarrow f = \frac{a d}{g}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow F = \frac{f d}{f + d} = \frac{a d^2}{g \left(\frac{a d}{g} + d \right)} = \frac{a d}{1 + g} = \frac{0,1 \cdot 5}{0,1 + 10} =$$

$$= \frac{1}{10,1} \approx 0,1 \text{ м}$$

Ответ: 0,1 м



№ 7

Дано:

$$m_1 = m_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 2$$

$$L_1 = L_2$$

$$\frac{W_1}{W_2} = ?$$

$$\frac{W_1}{W_2} = ?$$

Решение:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m_1 g h_1}{m_2 g h_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{L_1 (1 - \cos \alpha)}{L_2 (1 - \cos \beta)}$$

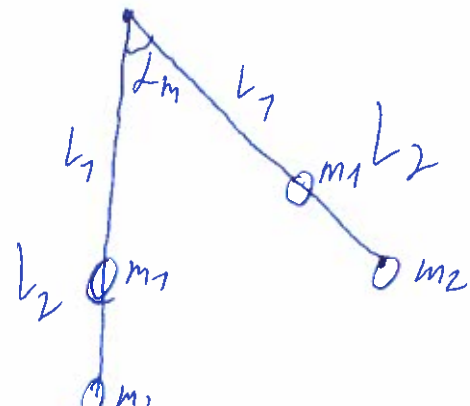
$$= \frac{L_1}{L_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{2\pi}{2\pi} \sqrt{\frac{g L_2}{L_1 g}} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = 0,25$$

Ответ: 0,25



или $\frac{W_2}{W_1} = 4!$

8.



Вариант № 4

№10
Дано: $r_1 = r_2 = r_3 = \dots$
 $r = 20 \text{ м}$
 $r = 10 \text{ м}$
 $n = ?$

Решение: $I = \frac{\epsilon_0 r}{R + r_0 r}$
 $r_0 r = r \frac{m}{n}$ по формуле
 $\epsilon_0 r = \epsilon \frac{m}{n}$
 $I = \frac{\epsilon \frac{m}{n}}{R + r \frac{m}{n}}$, если I наибольшее, то $\frac{1}{I}$ наименьшее

$$\frac{1}{I} = \frac{R n}{\epsilon m} + \frac{r}{\epsilon} \Rightarrow \frac{n}{m} \text{ должно быть наименьшим}$$

$n = 1$ ~~$m = 100$~~

Отсюда: $n = 1$ ~~$m = 100$~~

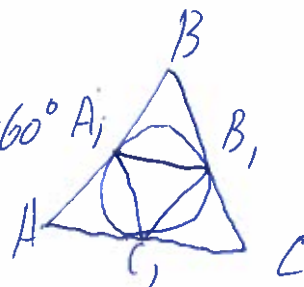
№2

Треугольник вписанный в окружность можно расположить так, что он будет касаться с треугольником ~~опианно~~ в который вписана эта окружность. Это следует из того, что радиусы одинаковые и 3 от-ка ~~ради~~ из которых состоит вписанный треугольник, образованные радиусами к вершинам равны.

$BB_1 = BA_1 \Rightarrow \angle BA_1 B_1 = \angle BB_1 A_1$

Так как $\angle B = 60^\circ$, то $\angle BA_1 B_1 = \frac{120}{2} = 60^\circ$ А, значит $\triangle A_1 B_1 B_1$ равнобедренный $\sim \triangle ABC$

аналогично $A_1 B_1 C_1 \Rightarrow \frac{S_{A_1 B_1 C_1}}{S_{ABC}} = k^2 = 4 \Rightarrow$



$\Rightarrow$ каждый треугольник в 4 раза меньше предыдущего

Обозначим S начального треугольника как X , тогда

$S_{\text{сов}} = X + \frac{X}{4} + \frac{X}{16} + \frac{X}{64} \dots = \frac{X(1 - \frac{1}{4^n})}{\frac{1}{4} - 1} = \frac{X(1 - \frac{1}{4^n})}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}X(1 - \frac{1}{4^n})$
 $S_{\text{сов}} = \frac{X(1 - \frac{1}{4^n})}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}X(1 - \frac{1}{4^n})$
 $= \frac{4}{3}X(\frac{1}{4^n} + 1)$, где n - кол-во треугольников



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

или т.к. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-x} = \frac{0}{0}$ так, как $(\frac{1}{9})^n \approx 0$

$$x = \frac{a^2}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{3} = \frac{a^2}{\sqrt{3}}$$

Ответ: $\frac{a^2}{\sqrt{3}}$

25

Нарисуем развертку 1 и отсюда

найдем кратчайший путь.

Из рисунка видно, что путь лежит либо через точку C (пока не знаем положения) либо через D по прямой.

2) Найдем AB

$$AB = \sqrt{AB'^2 + BB'^2} =$$

$$= \sqrt{(8 - 2 \cos 60^\circ)^2 + (9 + 2 \sin 60^\circ)^2} =$$

$$= \sqrt{49 + 79 + 8\sqrt{3}} = \sqrt{128 + 8\sqrt{3}}$$

3) Найдем AC + BC

Нарисуем развертку 2

Из рисунка видно, что

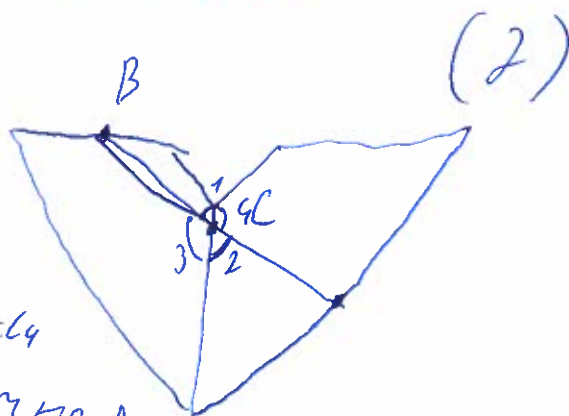
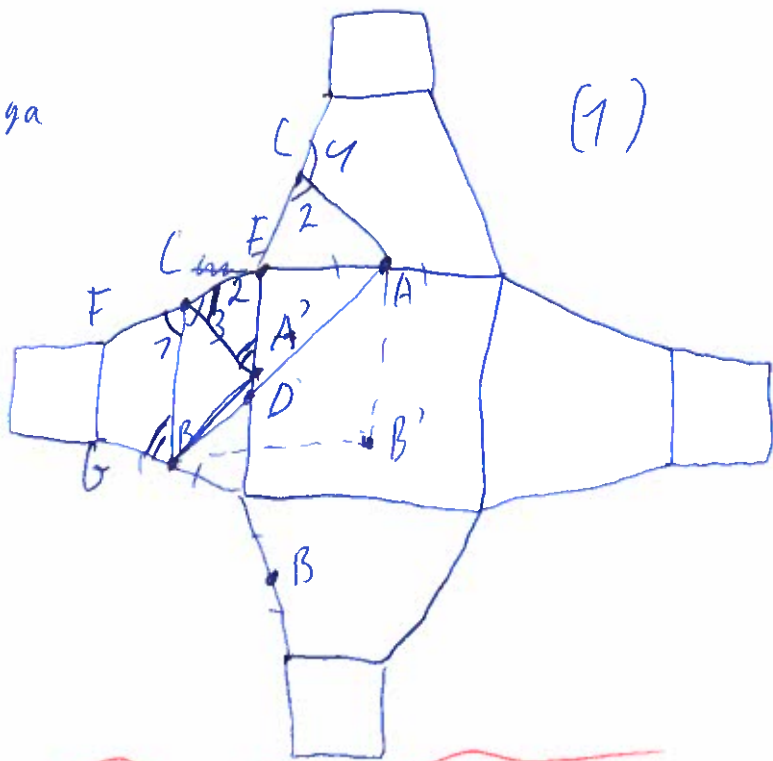
Кратчайший путь прямой, и $L_1 = L_2$ и $L_3 = L_4$

т.к. (таблицу точек A' аналогично A)

и ~~как~~ как на рисунке (1) и ~~и~~ расстояние

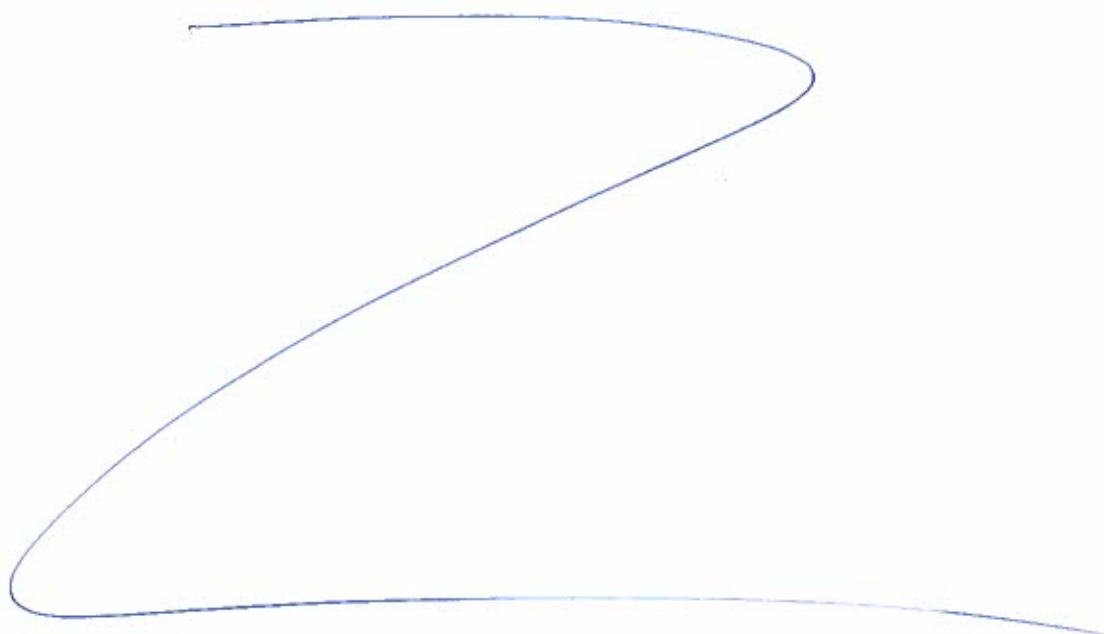
$$\angle F = \angle F' = 120^\circ \Rightarrow \angle 1 = 120 - \angle CBF$$

$$\angle 2 = 120 - \angle EA'C \Rightarrow \angle EA'C = \angle CBF$$





Вариант № 9





Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

