



Вариант № 4

1. Нужно определиться с границами формулировки. Возведем квадрат 3 раз, значит искомое число как минимум двузначное, иначе это было бы невозможно. Возведем другое число от 10 до 20. Пусть  $15: 15^2=225; 12^2=144; 18^2=324$ . Значит, искомое число больше 15. Возведем 20:  $20^2=400; 10^2=100; 160^2=25600$ . Значит, искомое число  $< 20$ . Пусть 16:

$$16^2=256$$

$$25^2=625$$

$$62^2=3844 \quad - \text{16-исходное число}$$

Ответ: 16

2. Пусть стороны треугольников будут  $a, b, c, d, \dots$   
 $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$  - радиус впис. в треугольник с основанием (он же радиус отклоняет этого треугольника)

$$\frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{b\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = \frac{a}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$$

$r_2 = \frac{b\sqrt{3}}{6}$  - радиус впис. в  $\triangle$  со стороной  $b$  (он же радиус же. откл. в  $\triangle$  со стороной  $c$ )

$$\frac{b\sqrt{3}}{3} = \frac{c\sqrt{3}}{6} \Rightarrow c = \frac{b}{2} = \frac{a}{4}; S_3 = \frac{c^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{64}$$

Таким образом, будем наблюдать за бесконечностью. (стороны уменьшаются в 2 раза, S-в 4 раза)

$$S_{\text{общ}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \dots = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{16} + \frac{a^2\sqrt{3}}{64} + \frac{a^2\sqrt{3}}{256} \dots =$$

$$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} \dots \right)$$

Бесконечная геометрическая прогрессия со знаменателем  $\frac{1}{4}$

Ответ:  $S_{\text{общ}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} \dots \right)$

+



3.  $4 + \frac{\lg^2 x}{\lg^2 y} + \frac{\lg^2 y}{\lg^2 x}$

Как видно,  $\frac{\lg^2 x}{\lg^2 y}$  и  $\frac{\lg^2 y}{\lg^2 x}$  — взаимно обратны числа.  
По неравенству 0 взаимно обратны числа:

$$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Rightarrow \frac{\lg^2 x}{\lg^2 y} + \frac{\lg^2 y}{\lg^2 x} \geq 2 \Rightarrow \text{min значение} = 2$$

Убедимся, что это возможно.  $x$  и  $y$  логарифмуются, что  
создаем в функции разные. Пусть  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $y = -\frac{\pi}{4}$ .

$$\lg^2 \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2 \Rightarrow \text{min значение возможного} \\ \lg^2 (-\frac{\pi}{4}) = 1 \quad \text{выражения} = 4 + 2 = 6$$

Ответ: 6. +

4.  $673m - pq = 2038$

Заметим, что  $2038 = 673 \cdot 3$ !

$$673m - pq = 673 \cdot 3$$

$$673m - 673 \cdot 3 = pq$$

$$673(m-3) = pq \quad (1)$$

Заметим, что  $m, p, q$  — простые числа.  
Они могут быть: (\*)

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, ...

Из (1) видно, что  $m > 3$ .

При  $m=5$ :  $673 \cdot 2 = pq$

т.е.  $673$  — простое число,

равенство возможно, если  $\begin{cases} p=673 \\ q=2 \\ p=2 \\ q=673 \end{cases}$  +

При  $m=2$ :  $673 \cdot 4 = pq$

$$673 \cdot 2 \cdot 2 = pq$$

Произведение трёх простых чисел невозможным  
представимо в виде произведения двух простых чисел,  
также одно из трёх простых чисел



Вариант № 4

можно было бы представить в виде произведения двух простых чисел, а это представление определено простым числом.

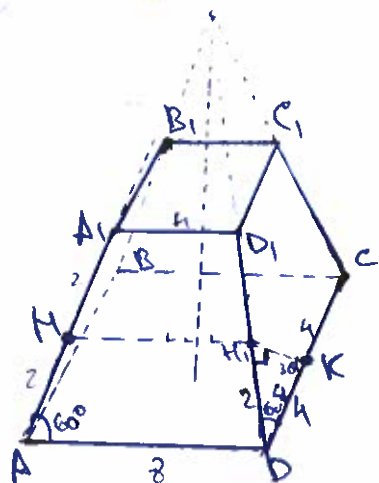
Значит,  $m-3$  должно быть простым числом!  
Из (\*) мы видим, что нам надо простое число, которое бы отличалось ровно на 3 (с увеличением разности увеличилось ещё больше).

Ответ:

| число    | m | p     | q     |
|----------|---|-------|-------|
| значение | 5 | 6 ± 3 | 2     |
|          | 5 | 2     | 6 ± 3 |

±

5. Сделано аналогично, более удобный рисунок.



Нужное расстояние — расстояние между точками H и K.

Франчайзинг расстояние по высоте — перпендикуляр.

Получили перпендикуляр из точки K к стороне DD<sub>1</sub>

$\angle H_1DK = 60^\circ$  (по условию)

⇓

$\angle H_1KD = 30^\circ \Rightarrow H_1D = \frac{1}{2} DK$   
(против  $\angle 30^\circ$ )

$||H_1|| = \frac{AD_1 + AD}{2} = \frac{4 + 8}{2} = 6$

HK — линия на фронтальной — средней линии AA<sub>1</sub>DD<sub>1</sub>

⇓  
 $H_1D = 2$

$H_1K = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

Длина маршрута  $= 2\sqrt{3} + 6$

Ответ: длина маршрута  $= 2\sqrt{3} + 6$

Точка деления H<sub>1</sub> лежит на средней линии параллели AA<sub>1</sub>DD<sub>1</sub> (буквально верно)



# Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

6.  $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$  - формула тонкой линзы (которая может быть применена для объектива микроскопа).

$d$  - расстояние от предмета до линзы = 5 м (по условию)

$f$  - расстояние от центра до линзы

$F$  - фокусное расстояние

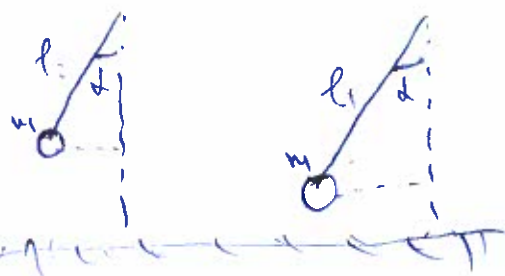
$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{a_1}{a}$  - линейное увеличение,  $a_1$  - увеличение изображения,  $a$  - увеличение предмета  
 $\approx 10^4 \text{ в}^2$  (по условию  
него стандартно считать)

$$f = \frac{d \cdot a_1}{a} = \frac{5 \text{ м} \cdot 0,24 \text{ в}^2}{10^4 \text{ в}^2} = 0,12 \text{ м}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{0,12} = \frac{1}{F}; \quad \frac{1}{5} + \frac{10^4}{1} = \frac{1}{F}; \quad F = \frac{5}{10^4} \text{ м}$$

Ответ:  $F = \frac{5}{10^4} \text{ м}$

7.



Полная механическая энергия ( $W$ ) равна сумме  $E_k$  и  $E_n$  или max значений этих энергий.

$$W = E_{k \text{ max}} = E_{n \text{ max}}$$

$E_{n \text{ max}} = m g l (1 - \cos \alpha)$ , где  $l$  - длина нити (по условию одинаковая)

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m g l_1 (1 - \cos \alpha)}{m g l_2 (1 - \cos \alpha)} = \frac{l_1}{l_2} = 4$$

Ответ: 4

Дл. н. нити одинаковая в 2 раза, но и периоды в 2 раза.

Масса  $\Gamma_1 = 2 \Gamma_2$

$\Gamma = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ , где  $l$  - длина нити

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}}} = 2$$

$$\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = 2$$

$$\frac{l_1}{l_2} = 4$$

$$l_1 = 4 l_2$$

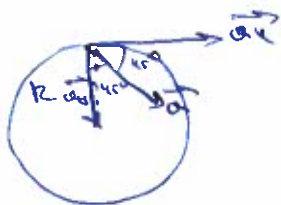
8.





# Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

8.



По 3-му условию векторов:

$$a_n = \sqrt{a_k^2 + a_y^2}$$

М.к. угол составивший  $45^\circ$ , а

$a_y \perp a_k$ , но  $a_y = a_k$ .

$$a_n = \sqrt{2a_y^2} = \sqrt{2w^2R} ; a_n^2 = 2w^2R ; w^2 = \frac{a_n^2}{2R}$$

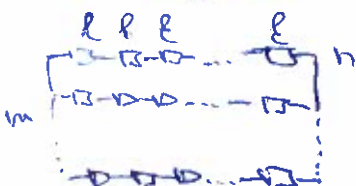
Угловая frequency:  $\omega_k = \frac{w - w\delta^0}{t} = \frac{w}{t} = \frac{\sqrt{a_n^2}}{\sqrt{2}R}$

Ответ:  $a_{ym} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{2}R} = \frac{a\sqrt{2}R}{2tR}$

неизвестно!

8

10. Пусть  $\ell$  в каждом звонке  $= \ell$ ;  $I = \frac{\ell}{R+r}$



$$\ell_{\text{total}} \pm \ell_{\text{total}} = \ell \cdot n$$

$$\frac{1}{\ell_{\text{total}}} = \frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2} + \frac{1}{\ell_3} + \dots + \frac{1}{\ell_n} \quad (n \text{ источников})$$

$$\ell_{\text{total}} = \frac{\ell \cdot n}{m} ; r_{\text{total}} = \frac{r \cdot n}{m} = \frac{n}{m}$$

$$I = \frac{\frac{\ell n}{m}}{R + \frac{n}{m}} = \frac{\frac{\ell n}{m} \cdot m}{Rm + n} = \frac{\ell n}{Rm + n} = \frac{\ell n}{2m + n}$$

М.к.  $m \cdot n = 300$ , все варианты:

где найти  $I_{\text{max}}$ !

| m   | n   |
|-----|-----|
| 1   | 300 |
| 2   | 150 |
| 4   | 75  |
| 5   | 60  |
| 20  | 15  |
| 20  | 5   |
| 25  | 4   |
| 50  | 2   |
| 100 | 1   |

I.  $m=1$  ;  $n=300$   
 $I = \frac{100\ell}{102} = \frac{50\ell}{51}$

II.  $m=2$  ;  $n=150$   
 $I = \frac{50\ell}{51} = \frac{25\ell}{25.5}$

III.  $m=4$  ;  $n=75$   
 $I = \frac{25\ell}{33}$

IV.  $m=5$  ;  $n=60$   
 $I = \frac{20\ell}{30} = \frac{2}{3}\ell$

При переключении  
в max значение I м.к.  
в случае  $m=1$ ,  $n=300$

Даже если мы увеличим

Ответ:  ~~$m=1$ ,  $n=300$~~