



Вариант № 2

~1

Ответ: 14

Рок-во: Сделаем проверку и докажем, что число 14-исковое

1) $(14)^2 = 196$

2) $196 \rightarrow 19$

3) $(19)^2 = 361$

4) $361 \rightarrow 36$

5) $(36)^2 = 1296$

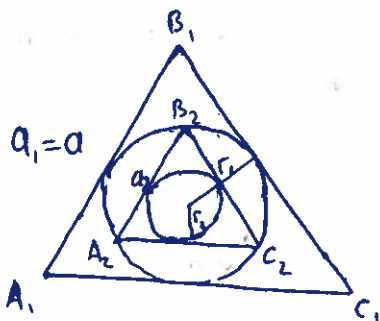
6) $1296 \rightarrow 129$

-соответствует условию

$\Rightarrow$ 14-исковое исковое число.

+5

~2



Пусть: a_1 - сторона первого (внешнего) треугольника

$\Rightarrow r_1$ - радиус вписанной окр. в $\triangle A_1B_1C_1$

Т.к. $\triangle A_1B_1C_1$ - равносторонний, то

$$r_1 = \frac{a_1}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow r_n = \frac{a_n}{2\sqrt{3}}$$

окружность с радиусом r_1 вл. описанной для $\triangle A_2B_2C_2$

$\Rightarrow$ по Т. Симуэра:

$$\frac{a_2}{\sin 60^\circ} = 2r_1$$

$$\Rightarrow \frac{2a_2}{\sqrt{3}} = 2r_1$$

$$a_2 = r_1 \sqrt{3} = \frac{a \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{2}$$

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{2}$$

$$\Rightarrow r_3 = \frac{a}{8\sqrt{3}}$$

Аналогично для следующих треугольников:

$$r_n = \frac{a}{2^n \sqrt{3}}$$

S_1 - площадь первого круга

$$S_1 = \pi r_1^2 = \pi \cdot \frac{a^2}{12}$$

$$S_2 = \pi r_2^2 = \frac{\pi \cdot a^2}{48}$$

$$S_3 = \frac{\pi a^2}{192}$$

$$S_n \neq S_1 \quad A_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$$

$$A_n = \frac{b_1}{1-q}$$

$$A_n = \frac{\pi a^2 \cdot 4}{12 \cdot 3} = \frac{\pi a^2}{9}$$

В.ч. $S_1; S_2; S_3 \dots S_n$ - геометрическая прогрессия

$$b_1 = S_1 = \frac{\pi a^2}{12} \quad q = \frac{1}{4}$$

$$A_n = \frac{\pi a^2}{9}$$

Ответ: $\frac{\pi a^2}{9}$

+7



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

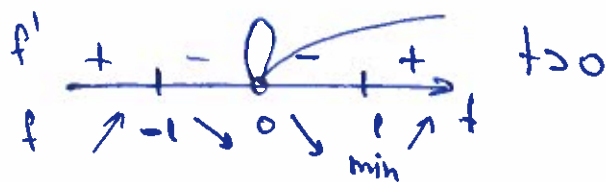
~3

$$2 + \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x}$$

Пусть: $\frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} = \left(\frac{\sin x}{\sin y}\right)^2 = t \Rightarrow t > 0$ т.к. $\sin x \neq 0$.

$$f(t) = 2 + t + \frac{1}{t}$$

$$f'(t) = 1 + \left(-\frac{1}{t^2}\right) = 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{t^2 - 1}{t^2} = \frac{(t-1)(t+1)}{t^2}$$



$\Rightarrow t=1$ - точка минимума

$\Rightarrow f(t)_{\min}$ при $f(t)$ принимает наименьшее значение при $t=1$

$$f(1) = 2 + 1 + \frac{1}{1} = 4$$

Ответ: 4

+8

~4

замечим, что $2019 : 3$ (т.к. $2019 : 3 = 673$)

$$3m : 3 \Rightarrow p, q : 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p=3 \\ q=3 \end{cases} \text{ или}$$

т.к. p и q - простые

673 - простое число

сумма двух простых - нечетное число

$\Rightarrow$ одно из простых - четное, а другое нечетное

оба числа простые, а единственное четное простое число - число 2

Ответ:

$$\begin{cases} m=2 \\ p=3 \\ q=671 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=671 \\ p=3 \\ q=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=671 \\ p=2 \\ q=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=2 \\ p=671 \\ q=3 \end{cases}$$

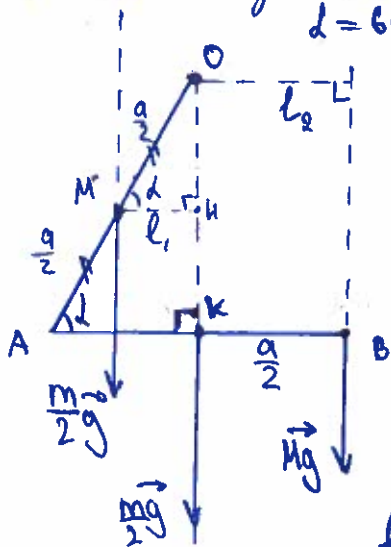
+10

+12



~6.

Масса каждой половины стержня равна $\frac{m}{2}$
 $\alpha = 60^\circ$



Пусть: 2а - длина стержня

$$\Rightarrow AO = AB = a$$

$$M\text{-середина } AO \Rightarrow MO = \frac{a}{2}$$

l_1 - плечо силы тяжести первой половины стержня

плечо силы тяжести второй пол. стержня $= 0$.

(линия действия силы проходит ч/з ось вращения (O))

$$\angle OAB = \angle OMN = \alpha = 60^\circ$$

$$l_1 = MO \cdot \cos \alpha = \frac{a \cdot \cos \alpha}{2} = \frac{a \cdot \cos 60^\circ}{2} = \frac{a}{4}$$

$l_2 = BK$ - плечо силы тяжести груза массы M

K - середина AB $\Rightarrow l_2 = \frac{a}{2}$ $M_B = M_G$

По правилу моментов см.: $M_B = M_G$

$$\frac{m g a}{8} = M g \cdot \frac{a}{2}$$

$$\frac{m}{4} = M$$

$$\Rightarrow M = \frac{m}{4}$$

Ответ: $\frac{m}{4}$

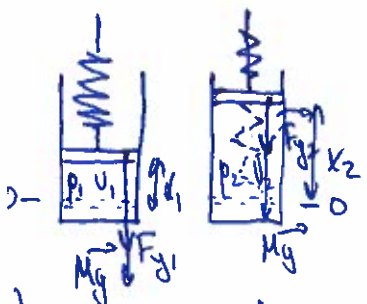
5

~7

Поршень находится:

M - масса поршня

S - площадь поверхности



$$\begin{cases} p_1 \cdot S = F_{y1} + Mg \\ p_2 \cdot S = F_{y2} + Mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{y1} = kx_1 \\ F_{y2} = kx_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 \cdot S = kx_1 + Mg \\ p_2 \cdot S = kx_2 + Mg \end{cases}$$

$$A_r = \Delta E_n = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} = \frac{k(x_2^2 - x_1^2)}{2}$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_2 - V_1 = S \cdot (x_2 - x_1) \\ (x_2 - x_1) &= \frac{V_2 - V_1}{S} \end{aligned}$$

Если поршень легкий, то: $Mg = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_1 \cdot S = kx_1 \\ p_2 \cdot S = kx_2 \end{cases} \quad (x_1 + x_2) = \frac{S(p_1 + p_2)}{k}$$

$$A = \frac{k(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{2} = \frac{k(V_2 - V_1) \cdot S(p_2 + p_1)}{2 \cdot S \cdot k} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2}$$

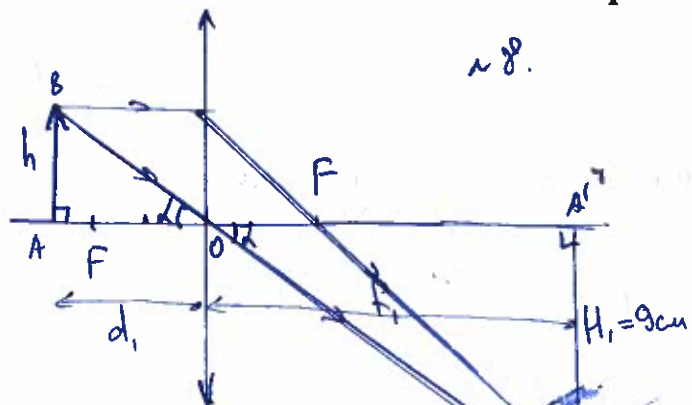
Ответ: $A = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2}$

8



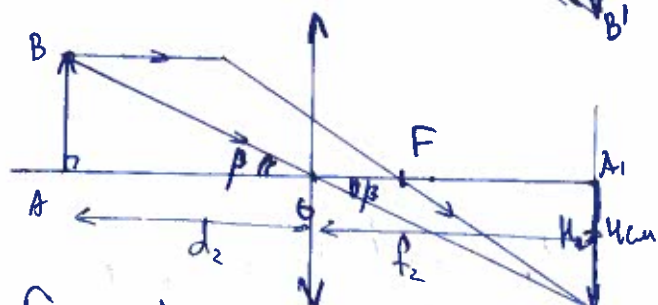
Вариант № 2

~ 8.



$$\begin{cases} \frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f_1 + d_1 &= f_2 + d_2 \\ \frac{h}{d_1} &= \frac{h_1}{f_1} = \frac{9}{f_1} \\ \frac{h}{d_2} &= \frac{h_2}{f_2} = \frac{4}{f_2} \end{aligned}$$



$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2}$$

$$\frac{f_1 + d_1}{f_1 d_1} = \frac{f_2 + d_2}{f_2 d_2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_1 d_1 = f_2 d_2 \\ 4 f_1 d_2 = 9 f_2 d_1 \end{cases}$$

$$f_1 + d_1 = f_2 + d_2$$

$$\begin{cases} h = \frac{9 d_1}{f_1} \\ h = \frac{4 d_2}{f_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{9 d_1}{f_1} = \frac{4 d_2}{f_2}$$

$$9 d_1 f_2 = 4 d_2 f_1$$

$$\frac{d_1}{4 d_2} = \frac{d_2}{9 d_1}$$

$$9 d_1^2 = 4 d_2^2$$

$$d_1 > 0 \quad d_2 > 0$$

$$\Rightarrow 3 d_1 = 2 d_2$$

$$d_2 = \frac{3 d_1}{2}$$

$$\text{т.к. } \frac{9 d_1}{f_1} = \frac{4 d_2}{f_2}$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{9 d_1}{f_1} = \frac{4 \cdot \frac{3 d_1}{2}}{2 f_2}$$

$$\frac{3}{f_1} = \frac{2}{f_2}$$

$$\Rightarrow 3 f_2 = 2 f_1$$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{2 f_1}{3}$$

$$\text{т.к. } f_1 + d_1 = f_2 + d_2$$

$$\text{то}$$

$$f_1 + d_1 = \frac{2 f_1}{3} + \frac{3 d_1}{2}$$

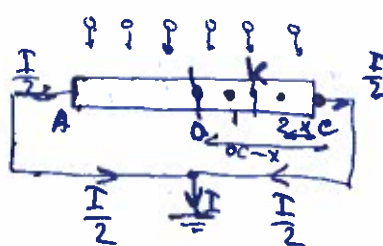
$$\frac{f_1}{3} = \frac{d_1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{d_1}{f_1} = \frac{2}{3}$$

$$h = \frac{9 \cdot d_1}{f_1} = \frac{9 \cdot 2}{3} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ (см)}$$

Ответ: 6 см

10



~ 9

$$AO = OC \quad R_{AC} = R \Rightarrow R_{OC} = \frac{R}{2}$$

$$I_A = I_C = \frac{I}{2}$$

В любой момент времени в цепи

ос сечения есть $2e$, которые в сумме по сечению ос

выйдут равные $2e$

т.е. напряжение и сила тока не уменьшится в ос



В 2 точки сечение Ас (в 1) N-сч АО и 1/к-середина ОС
 $R_{кс} = \frac{R}{4} \Rightarrow$ Ток по Кс в таком случае будет равен $\frac{I}{2}$
 $\Rightarrow$ в нашей ситуации средний ток по участку
 $OC = I_{\alpha} = \frac{I_c}{2} = \frac{I}{4}$
 $R_{oc} = \frac{R}{2}$

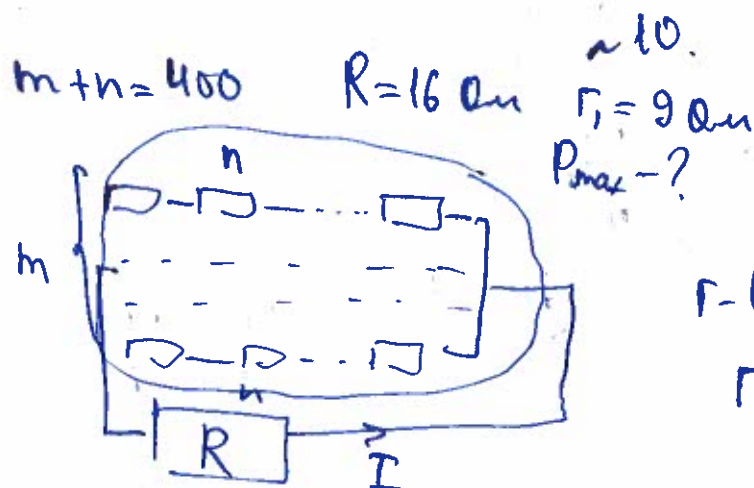
т.к. $U = I \cdot R$

$$U_{oc} = I_{\alpha} R_{\alpha} = \frac{I}{4} \cdot \frac{R}{2} = \frac{I \cdot R}{8}$$

$$U_{oc} = \frac{I \cdot R}{8}$$

Ответ: $\frac{I \cdot R}{8}$

12



Γ_n - сум. функц из n послед. сог. эл-ментов

$\Gamma_n = \Gamma_1 \cdot n$
 Γ - сум. сог. элементов
 $\Gamma = \frac{\Gamma_n}{n} = \frac{\Gamma_1 \cdot n}{n}$

По закону Ома для полной цепи: $I = \frac{\mathcal{E}}{\Gamma + R}$

$P = I \cdot \mathcal{E}$ $P = I^2 \cdot R = \frac{\mathcal{E}^2 \cdot R}{(\Gamma + R)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 \cdot R}{\left(\frac{\Gamma_1 \cdot n}{m} + R\right)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 \cdot 16}{\left(\frac{9n}{m} + 16\right)^2}$

$\mathcal{E} = 1800$
 $n = 200 - m$

$P(m) = \frac{\mathcal{E}^2 \cdot 16}{\left(\frac{9(200-m)}{m} + 16\right)^2} = \frac{16 \cdot \mathcal{E}^2}{\left(\frac{1800}{m} + 9\right)^2} = 16 \cdot \mathcal{E}^2 \left(\frac{1800}{m} + 9\right)^{-2}$

$P'(m) = -2 \left(\frac{1800}{m} + 9\right)^{-3}$ $m = \frac{1800}{9}$ (точка max) $\Rightarrow$ Р. макс при $m \approx \frac{1800}{9}$

$\frac{1800}{9} \approx 200$ $\Rightarrow m = 157$ $n = 400 - m = 400 - 157 = 243$

Р. макс при $\begin{cases} m = 157 \\ n = 243 \end{cases}$

Ответ: $\begin{cases} m = 157 \\ n = 243 \end{cases}$

14