



Вариант № 1

1. 1) Т.к. в итоге число 330 должно получиться округлением числа x_2 , то $329,5 \leq x_2 < 330,5$

2) Найдём число x_1 , разделив 329,5 и 330,5 на 1,7.
Получим $193,8 < x_1 < 194,4$, значит $x_1 = 194$.

3) Тогда $x \cdot 1,7 \in [193,5; 194,5)$, значит $x \in [113,8; 114,4)$,

откуда $x = 114$.

Ответ: цена производителя 114 рублей.

2. $S_{\text{в.кв.}} = S_1 = a^2$, $S_{\text{ср.кв.}} = S_2$, $S_{\text{м.кв.}} = S_3$

$r_{\text{впис.окр. б.кв.}} = \frac{a}{2}$

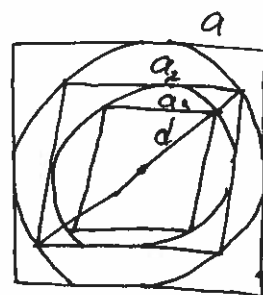
$S_{\text{ср.кв.}} = \text{диаметру окружности, тогда } a_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$S_2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$

Так же с $R_{\text{м.кв.}}$, $R_{\text{м.кв.}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$, а $S_{\text{м.кв.}} = S_3 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$

$S_{\text{n-го квадрата}} = \left(\frac{a}{(\sqrt{2})^{n-1}}\right)^2 = \frac{a^2}{2^{n-1}}$, тогда $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots = a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} + \dots + \frac{a^2}{2^{n-1}} + \dots$

$= a^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots\right) = \frac{a^2 \cdot 1}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = 2a^2$



Ответ: сумма всех площадей квадратов равна $2a^2$.

3. $1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$

1) $x > 0, y > 0, x \neq 1, y \neq 1$

2) Т.к. $\frac{k}{n} + \frac{n}{k} \geq 2$ при $k > 0$ и $n > 0$, потому что

$\frac{k^2 + n^2}{nk} \geq 2 \Leftrightarrow k^2 + n^2 \geq 2nk$
 $k^2 - 2nk + n^2 \geq 0$
 $(k - n)^2 \geq 0$

3) Пусть $k = \ln^2 x$, а $n = \ln^2 y$, то $1 + \frac{k}{n} + \frac{n}{k} \geq 1 + 2$, т.е.
 $1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x} \geq 3$



4) Если $x=y=e$, то $1 + \frac{\ln^2 e}{\ln^2 e} + \frac{\ln^2 e}{\ln^2 e} = 1 + 1 + 1 = 3$.

Ответ: наименьшее значение выражения равно 3.

4. $3m - pq = 2019$

$3m - pq - 2019 = 0$

$3m - 2019 = pq$

$3(m - 673) = pq$

$m, p, q > 0$

m, p, q - простые числа

Т.к. 2019 - нечётное число, то $3m$ должно быть чётным или pq - чётное. По усл. m, p, q - чётные, значит либо $m=2$, либо $p=2$, либо $q=2$.

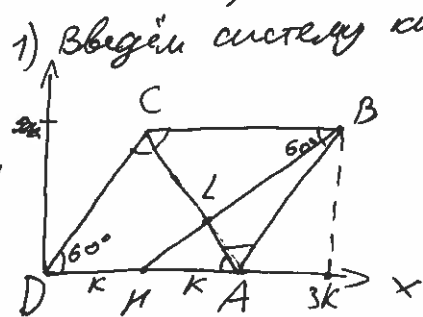
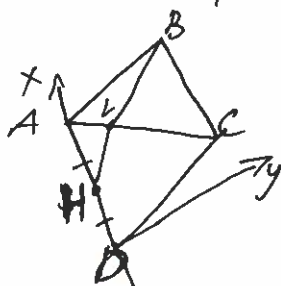
1) При $m=2$, $p=3$, $q=-671$ или $q=3$, $p=-671$ (отрицат., а по усл. $p, q > 0$)

2) При $p=2$, $q=3$, $m=675$ (не простое число)

3) При $q=2$, $p=3$, $m=675$ (не простое число)

Ответ: решений нет, т.к. не выполняются все условия.

5.



$k=2$, т.к. $AD=2k=4$

4) $HB = \sqrt{(3k-k)^2 + (k\sqrt{3})^2} = k\sqrt{7}$, $HB=2\sqrt{7} \approx 5,3$

5) Составим уравнения прямых AC и HB.

AC - $\frac{x-k}{2k-k} = \frac{y-k\sqrt{3}}{0-k\sqrt{3}}$, $\frac{x-k}{k} = \frac{y-k\sqrt{3}}{-k\sqrt{3}}$, откуда $y = 2k\sqrt{3} - x\sqrt{3}$

HB - $\frac{x-k}{3k-k} = \frac{y-0}{k\sqrt{3}-0}$, $\frac{x-k}{2} = \frac{y}{\sqrt{3}}$, откуда $y = \frac{1}{2}(x\sqrt{3} - k\sqrt{3})$

6) $2k\sqrt{3} - x\sqrt{3} = \frac{1}{2}(x\sqrt{3} - k\sqrt{3})$, откуда $\frac{3}{2}x = \frac{5}{2}k$, $x = \frac{5k}{3}$

а $y = \frac{k\sqrt{3}}{3}$. Тогда пересечение HB и CA - L имеет координаты $(\frac{5k}{3}, \frac{k\sqrt{3}}{3})$

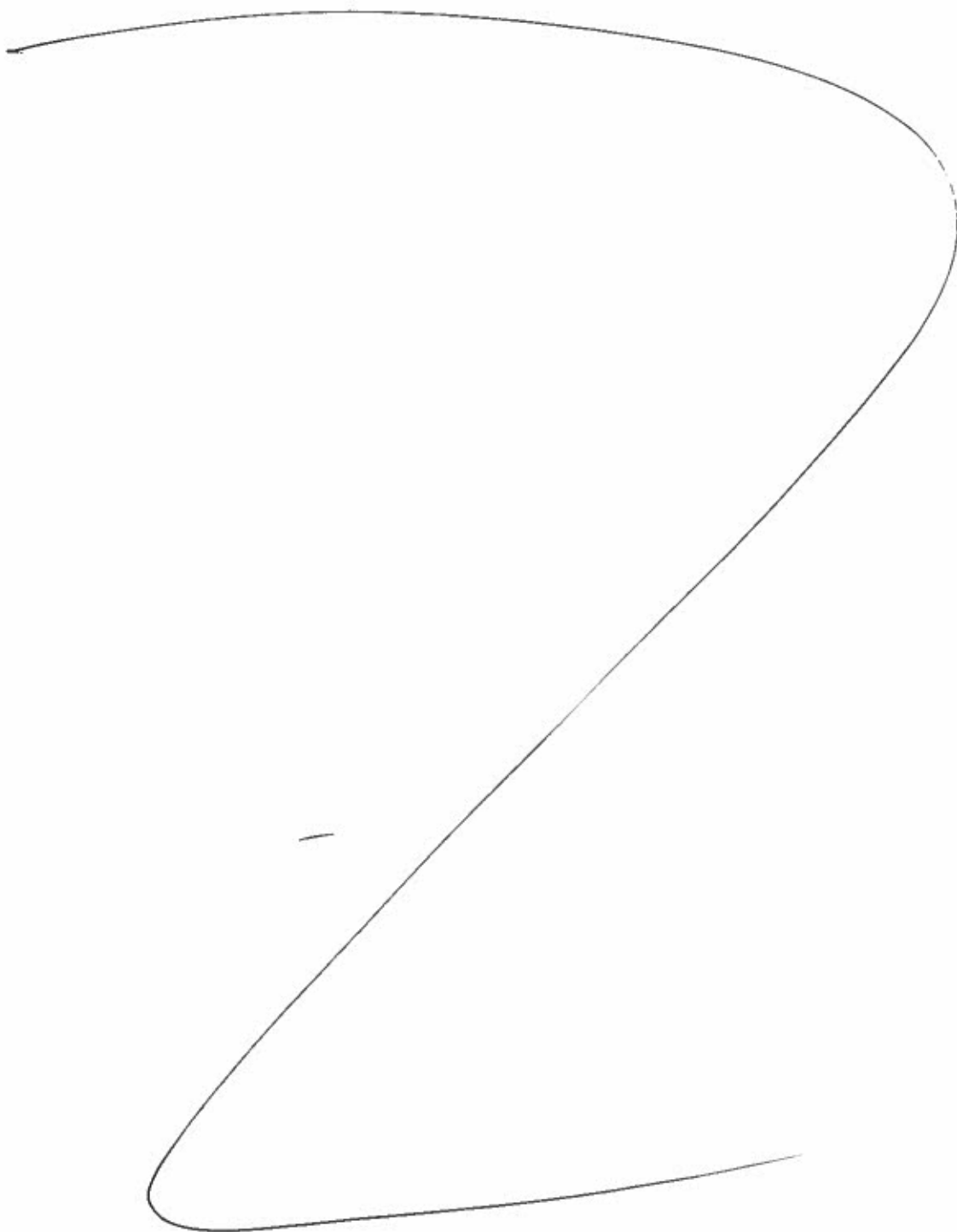
7) Найдём AK. $AK = \sqrt{(\frac{5k}{3} - 2k)^2 + (-\frac{k\sqrt{3}}{3})^2} = \frac{2k}{3}$, откуда $AK = \frac{4}{3}$

Ответ: Длина маршрута $\approx 5,3$ ($2\sqrt{7}$); $AK = \frac{4}{3}$.

Маршрут HL-LB.



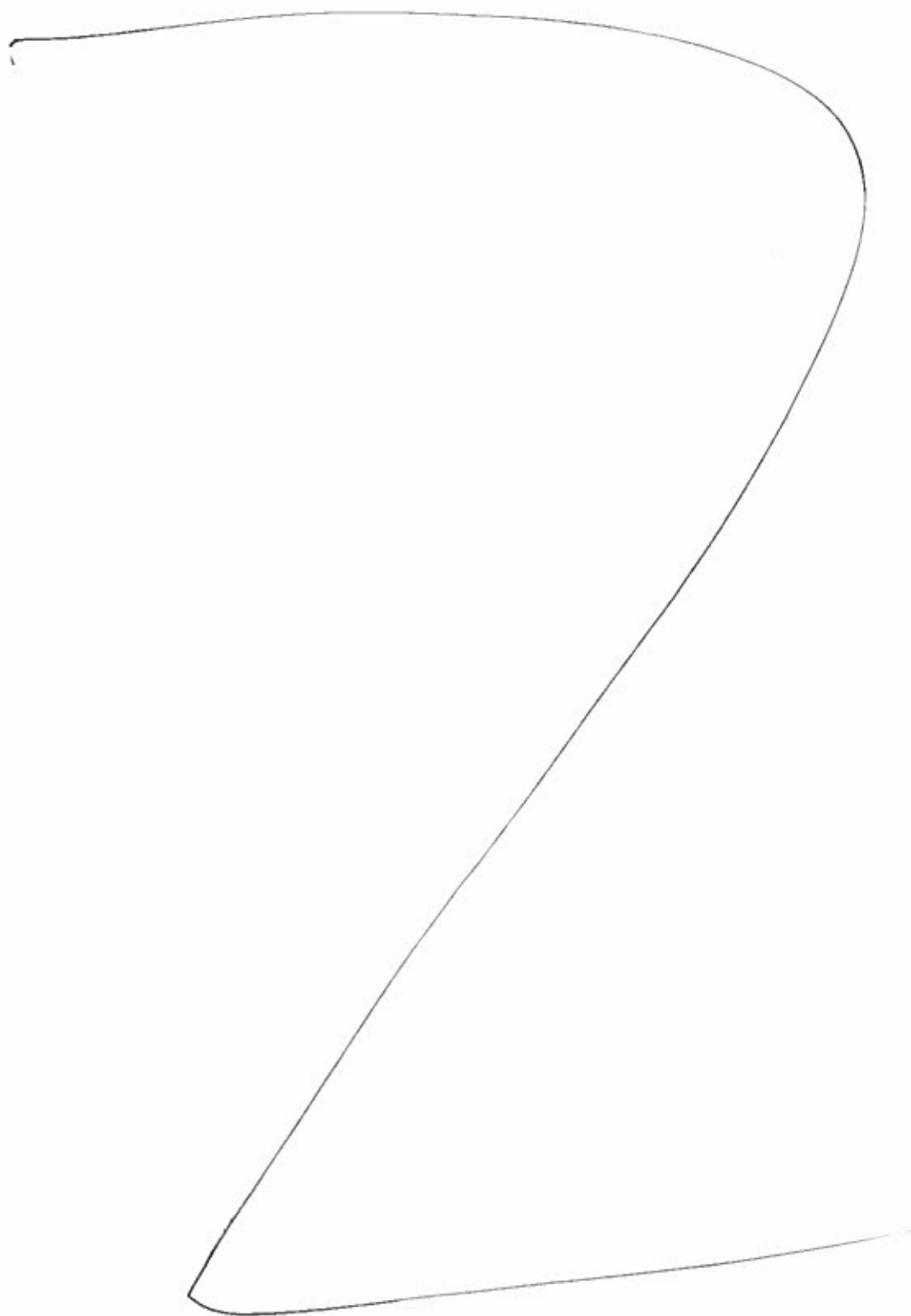
Вариант № 1





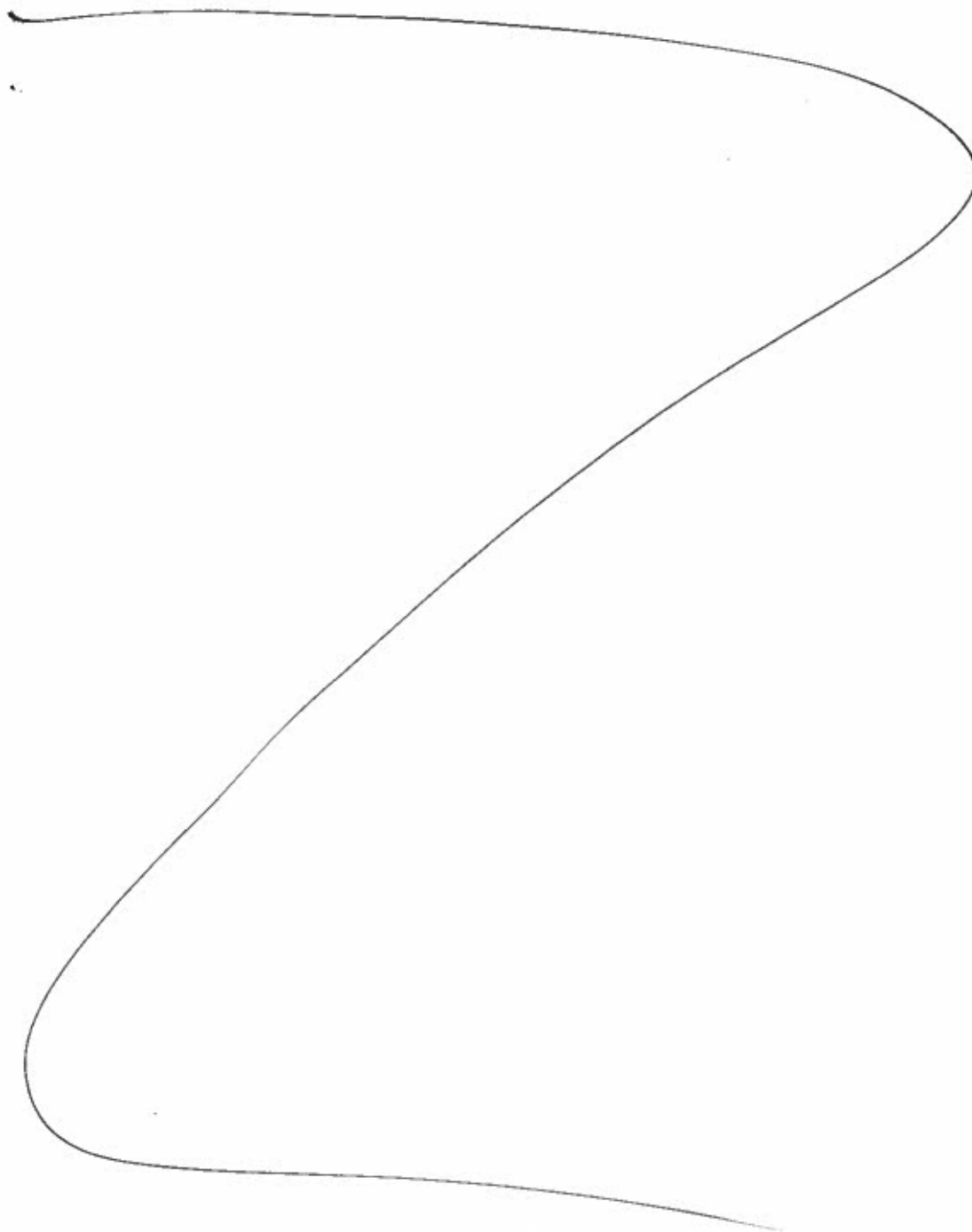
Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ





Вариант № 1





Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

