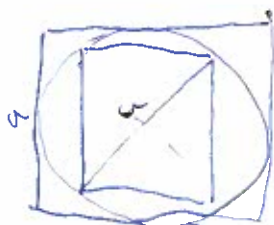




Вариант № 1

~~51~~ $x \in \mathbb{N}$ ~~17x~~ 52.

радиус круга, вписанного в квадрат со стороной a , равен $\frac{a}{2}$
тогда сторона вписанного в этот круг квадрата
равна $\frac{a}{\sqrt{2}}$



$$S_{\text{квадрат}} = a^2; S_{\text{окружность}} = \frac{a^2}{2}$$

Последовательности площадей квадратов данной фигуры — это б.е.с. убыв. геом. прогрессия, где $b = a^2$; $q = \frac{1}{2}$

$$S = \frac{b}{1-q} = \frac{a^2}{1-\frac{1}{2}} = 2a^2$$

Ответ: сумма площадей квадратов равна $2a^2$

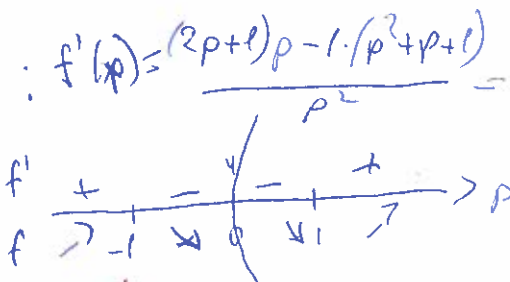


53. $\frac{1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}}{1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}} = 1 + \left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 \cdot \left(\frac{\ln y}{\ln x}\right)^2 = 1 + \log_y^2 x + \log_x^2 y$

$$\exists p = \log_y^2 x, p > 0$$

$$1 + p + \frac{1}{p} = \frac{p^2 + p + 1}{p}$$

$$f(p) = \frac{p^2 + p + 1}{p}; f'(p) = \frac{(2p+1)p - 1 \cdot (p^2 + p + 1)}{p^2} = \frac{2p^2 + p - p^2 - p - 1}{p^2} = \frac{p^2 - 1}{p^2} = \frac{(p-1)(p+1)}{p^2}$$

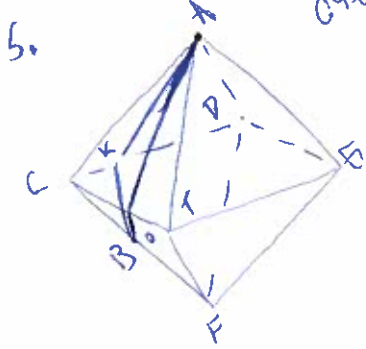


$$f_{\min} = f(1) = 1 + 1 + 1 = 3$$



$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

Ответ: 3



Следовательно, что кратчайший путь из A в B — это отрезок AB, показанный на развернутой схеме.
поскольку $AK + KB = AO + OB$, т.к. все треугольники равны.
Решение
 $\angle BCA = 120^\circ$; $BC = \frac{1}{2} CF = 2$
 $\triangle ABC: AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos 120^\circ$

$$AB^2 = 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ = 20 + 8 = 28$$

Ответ: длина кратчайшего маршрута равна 28

$$\begin{array}{r} 330 = 17 \cdot 190 + 7 \\ 195 \\ 17 \\ \hline 1365 \\ 195 \\ \hline 3325 \end{array} \quad \begin{array}{r} 194 \\ 17 \\ \hline 1358 \\ 194 \\ \hline 3298 \end{array} \quad \begin{array}{r} 193 \\ 17 \\ \hline 1351 \\ 193 \\ \hline 3281 \end{array}$$

$$\begin{aligned} [17, 194] &= [3298] \leq 330 \\ \Sigma [17, 195] &= [3325] = 333 \\ [17, 193] &= [3281] \leq 328 \end{aligned}$$

В магазин товар отправился по цене 194



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

$$194 = 17 \cdot 110 + 7$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 17 \\ \hline 784 \\ 112 \\ \hline 1496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 115 \\ 17 \\ \hline 805 \\ 115 \\ \hline 1955 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 114 \\ 17 \\ \hline 798 \\ 114 \\ \hline 1938 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 113 \\ 17 \\ \hline 791 \\ 113 \\ \hline 1921 \end{array}$$

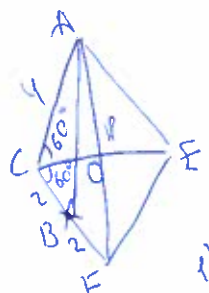
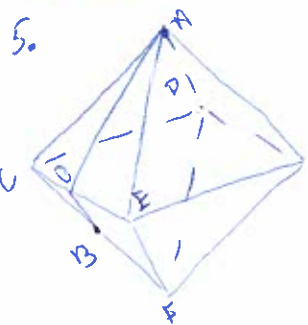
$$[115, 17] = [195, 5] = 196$$

$$[114, 17] = [193, 4] = 194$$

$$[113, 17] = [192, 1] = 192$$

$\Rightarrow$ 114 - начальная цена товара
 $x = 114$

Ответ: цена производителя 114.



Если развернуть на плоскость две смежные грани октаэдра, на которых лежит A и B, то станет очевидно, что кратчайший путь от A до B - это AB в ромбе CAEF.

Решение
1) $\Rightarrow$ Дн. $FC \cap AB = O$

$$2) \triangle ABC: AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C; AB^2 = 4 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cos 120^\circ = 20 + 8 = 28; AB = 2\sqrt{7}$$

$$3) \text{ Дн } AF \cap CE = H; CAEF \text{ ромб: } CE + AF = 4AC; 16 + AF^2 = 4 \cdot 16; AF^2 = 3 \cdot 16; AC = 4\sqrt{3}; AO = 2\sqrt{3}$$

$$\triangle OHA \sim \triangle OBC: OH = AO \cdot \frac{BC}{AC} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{2}{4} = \sqrt{3}; \frac{AO}{BO} = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{1}; AO = \frac{2}{3} AB = \frac{5\sqrt{7}}{3}$$

$$\triangle OHA \sim \triangle OBC: OH^2 = AO^2 - AH^2 \Rightarrow OH = \sqrt{\frac{56^2}{3^2} - 3 \cdot 4} = \frac{1}{3} \sqrt{56^2 - 12 \cdot 4} = \frac{1}{3} \sqrt{4^2 \cdot 7^2 - 48} = \frac{1}{3} \sqrt{4^2 \cdot 7^2 - 4 \cdot 3}$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{4 \cdot 49 - 27} = \frac{4 \cdot 7}{3} = \frac{28}{3} = \frac{52}{3}$$

$$4) OE = \frac{1}{2} CE + OH = 2 + \frac{52}{3} = \frac{58}{3}$$

$$\triangle OHA \sim \triangle OBC: OH^2 = AO^2 - AH^2$$

$$OH = \sqrt{\frac{16 \cdot 7}{9} - 4 \cdot 3} = \frac{2}{3} \sqrt{4 \cdot 7 - 3 \cdot 9} = \frac{2}{3} \sqrt{28 - 27} = \frac{2}{3}$$

$$4) OE = \frac{1}{2} CE + OH = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\cos \angle CEF = \frac{CE^2 + OE^2 - 4}{2 \cdot CE \cdot OE} = \frac{16 + \frac{64}{9} - 4}{2 \cdot 4 \cdot \frac{8}{3}} = \frac{12 - 8}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{OE}{CO} = \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{2}{1}$$

Ответ: кратчайшее расстояние равно $2\sqrt{7}$, путь пересекает CE в отношении 1:2 считая от C.

7. дано
 $m_1 = m_2 = m$
 $E_1 = 2,25$
 E_2
 $\lambda_1 = \lambda_2 + 1/4$
 $\lambda_1 = 2 \cdot 2$
найти
 $\lambda_1 - \lambda_2 = ?$

$$h = L - \cos \alpha; E_{\text{п}} = E_n + E_k = mgh + \frac{mv^2}{2}; \lambda = 4 \sin \alpha L; \sigma = 2 \lambda$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{2mg(L_1 - \cos \alpha) + m \cdot 16 \sin^2 \alpha L_1}{2mg(L_2 - \cos \alpha) + m \cdot 16 \sin^2 \alpha L_2} = 2,25 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{2g(L_1 - \cos \alpha) + 16 \sin^2 \alpha L_1}{2g(L_2 - \cos \alpha) + 16 \sin^2 \alpha L_2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{g L_1 - g \cos \alpha + 16 \sin^2 \alpha L_1}{g L_2 - g \cos \alpha + 16 \sin^2 \alpha L_2} = \frac{9}{4}$$

$$4g L_1 - 4g \cos \alpha + 32 \sin^2 \alpha L_1 = 9g L_2 - 9g \cos \alpha + 72 \sin^2 \alpha L_2 - 9 \sin^2 \alpha L_2$$

$$g(4L_1 - 9L_2) + 5 \cos \alpha g + 2 \sin^2 \alpha (32L_1 - 72L_2) + 9 \sin^2 \alpha L_2 = 0$$

$$(4L_1 - 9L_2)g + 8 \sin^2 \alpha (4L_1 - 9L_2) + 5 \cos \alpha g + 9 \sin^2 \alpha L_2 = 0$$



Вариант № 1

4. $3m - pq = 2019$; $3m = 2019 + pq$; $3m = 3 \cdot 673 + pq$; $3(m - 673) = pq$!
так как $m, q, p > 0$ то $m > 673$
т.к. q и p простые, то 3 и $(m - 673)$ - тоже простые, поэтому
 p или $q = 3$
 $3p = 3$
 $m - 673 = q$; $m = 673 + q$
т.к. m и q ~~я~~ простые, то они являются нечетными
 673 и q нечетные $\rightarrow 673 + q$ - четная, значит и m - четное, что
противоречит условию, при этом $m \leq 673$
значит не существует таких m, p, q - простых, при которых верно
 $3m - pq = 2019$

Ответ: $\emptyset$

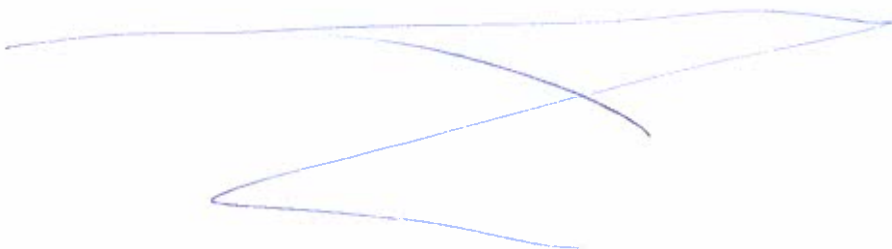
9. Дано
 $2r$
 R
 ω
Найти
 $a_{\text{цм}} - ?$



$\omega = \frac{v}{R}$; $v = \omega r$; ~~$L = \omega r$~~



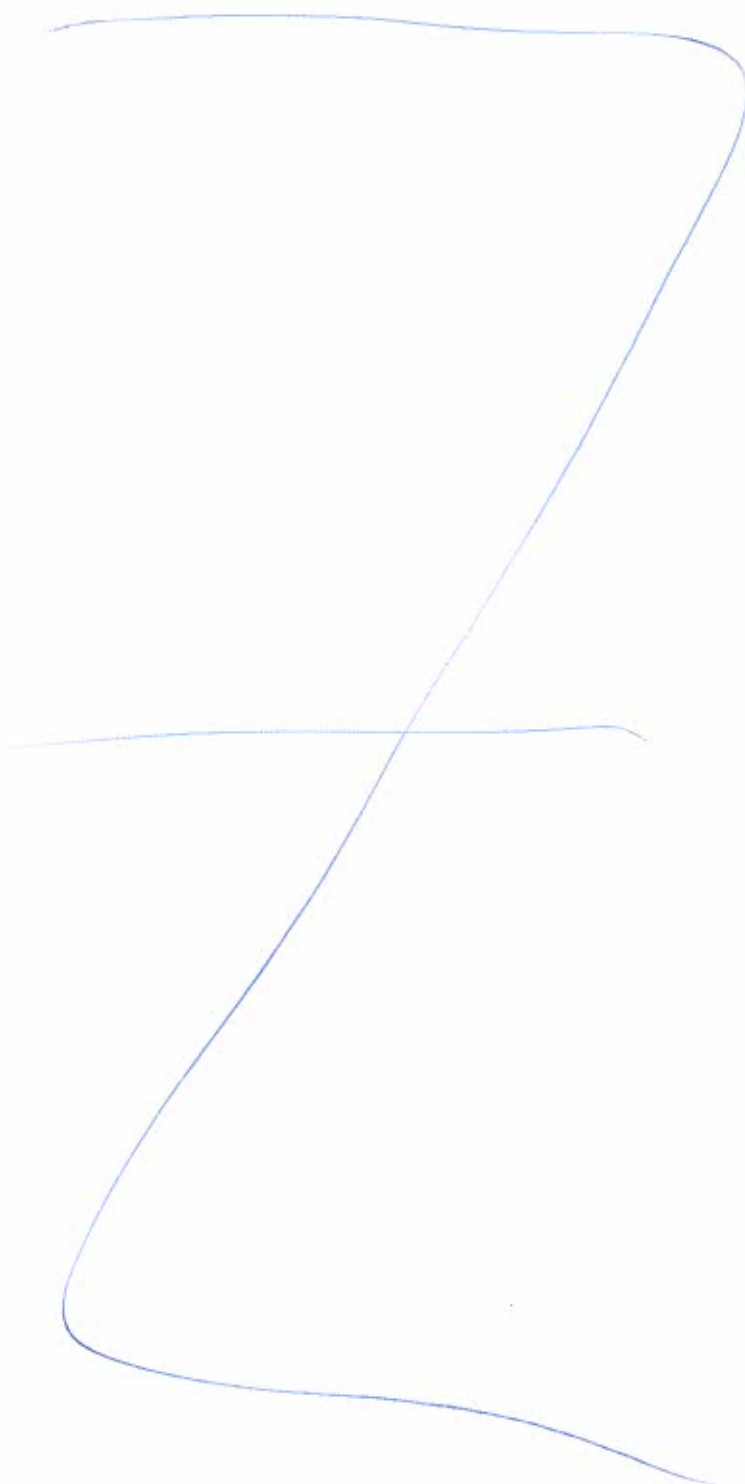
$\omega' = \frac{v}{R} = \frac{\omega r}{R}$





Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ





Вариант № 1





Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

