

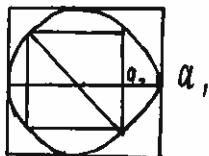


Вариант № 1

№1

- 1) $330 : 1,7 = 194,02$ (329,8) При округлении просто отбрасывают дробную часть или отбрасывают, ~~то~~ прибавляя 1.
Для уверенности проверим число 195 : $195 \cdot 1,7 = 331,5$: 331,5 нельзя округлить до 330 $\Rightarrow$ подходит только 194.
2) $194 : 1,7 = 114,02$ (193,8) ; Проверим число 115 : $115 \cdot 1,7 = 195,5$ $\Rightarrow$ не округляется до 194 $\Rightarrow$ подходит только 114.
Ответ: 114.

№2



окружность, вписанная в квадрат со стороной a , a имеет диаметр $= a = 2r$
При этом квадрат, вписанный в окружность имеет диагональ $= a = 2r$
По теореме Пифагора: $a_2^2 + a_2^2 = d^2 = 2a^2 \Rightarrow a_2 = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$
 $S = a^2 \Rightarrow S_2 = a_2^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{S_1}{2}$
Площади квадратов образуют ~~геометрическую прогрессию~~ геометрическую прогрессию : $S_n = S_1 \cdot q^{n-1}$, $q = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow$ сумма площадей $= S_1 \cdot q^0 + S_1 \cdot q^1 + S_1 \cdot q^2 + \dots + S_1 \cdot q^\infty = S_1 \cdot (q^0 + q^1 + q^2 + \dots) = 2S_1 \cdot q^0 = 2S_1 = 2a^2$
Ответ: $2a^2$

№3 №4

$$3m - pq = 2019$$

$$m - \frac{pq}{3} = \frac{2019}{3} = 673$$

так как все число положительное; простое $\Rightarrow$ и чётное, то $p=3$ или $q=3$

$$m - q = 673$$

$$m = 673 + q$$

$$m > 673 \Rightarrow m > 2 \Rightarrow m - \text{нечётное число} \Rightarrow 673 + q - \text{нечётное число} \Leftrightarrow q - \text{чётное} \Rightarrow q = 2$$

так как 2 - единственное простое чётное число

1) $m = 673 + 2 = 675$, но оно не простое, т.е. делится на 5 $\Rightarrow$ нельзя подобрать простые положительные числа, чтобы данное уравнение решалось.

Ответ: нет решений



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

№3

$$1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$$

DD3: $\begin{cases} \ln^2 x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \\ \ln^2 y \neq 0 \Rightarrow y \neq 1 \\ y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$

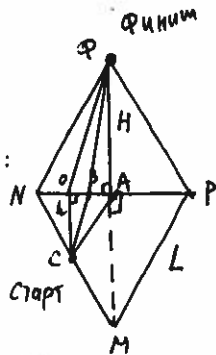
$1 = \text{const} \Rightarrow \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$ должно быть наименьшим, $\Rightarrow$ нужно найти $\frac{\ln^2 x}{\ln^2 y}$ при наименьшем $\frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$

$\left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 + \left(\frac{\ln y}{\ln x}\right)^2$ - симметричное выражение $\Rightarrow$ очевидно, что наименьшее значение возможно при $\ln x = \ln y$
 $x = y$

$+ \frac{\ln^4 x + \ln^4 y}{\ln^2 y \ln^2 x} = 2 + 1 = 3$ Ответ: 3

№5

Развернем по ВО! Так:



Коротчайший путь из точки «Старт» до ребра = h , а из точки «Финиш» до ребра = $H \Rightarrow$ нужно подобрать точку на участке на отрезке OA , чтобы сумма CB и FB было наименьшей.

$OA = OB + BA = \sqrt{CA^2 - CO^2} = \sqrt{\frac{1}{4}L^2 - \frac{1}{4}H^2} = \frac{1}{2}\sqrt{L^2 - H^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}L = \frac{1}{4}L = 1 \Rightarrow OB = 1 - BA$

$CA = \frac{1}{2}L$, т.к. CA - средняя линия в $\triangle PMN$

$CO = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2}H$, т.к. CO - средняя линия в $\triangle NAM$

$H^2 = L^2 - \frac{L^2}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}L = H$

$\left. \begin{aligned} OB^2 &= BC^2 - OC^2 \\ AB^2 &= FB^2 - FA^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow BC^2 + FB^2 = (\sqrt{OB^2 + OC^2})^2 + (\sqrt{AB^2 + FA^2})^2 = (1 - BA)^2 + H^2 + \frac{H^2}{4} + BA^2 = 2BA - 2BA + 1 + \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{4}$
 $= 2BA - 2BA + \frac{5}{4} + 1 = 2BA - 2BA + \frac{9}{4} = 2BA - 2BA + \frac{23}{8}$ - наим.
 $(2x^2 - 2x + \frac{23}{8})' = 0$
 $4x - 2 = 0$
 $x = 0,5$
 $x = 0,5 \Rightarrow OB = BA = 0,5$

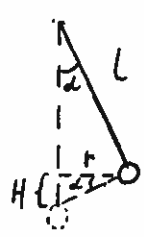
$\Rightarrow$ наименьшее расстояние равно: $\sqrt{0,5^2 + \frac{3}{4}}$

$= \sqrt{0,5^2 + \frac{3}{4}} + \sqrt{0,5^2 + \frac{3}{16}} = 1 + \frac{\sqrt{7}}{4}$



Вариант № 1

№ 7



1) по условию $d_1 = d_2 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{r_1}{L_1} = \frac{r_2}{L_2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{L_1}{L_2}$
 $\tan \alpha = \frac{H_1}{r_1} = \frac{H_2}{r_2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{H_1}{H_2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{H_1}{H_2}$

2) $E_{\text{полная}} = E_{\text{пот. макс}} = mgH$, по условию $\frac{E_1}{E_2} = 2,25 \Rightarrow \frac{mgH_1}{mgH_2} = 2,25 = \frac{H_1}{H_2} = \frac{L_1}{L_2}$
 $L_1 = 2,25 L_2$

1) $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$

по условию $\Delta t = 1 \text{ г}$ $\Rightarrow \Delta t_2 - \Delta t_1 = 1 \text{ г}$

$\frac{1}{2\pi}\sqrt{g}\left(\sqrt{\frac{1}{L_2}} - \sqrt{\frac{1}{L_1}}\right) = \frac{\sqrt{g(L_1 - L_2)}}{\sqrt{L_1 L_2}} \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{\sqrt{1,25 g L_2}}{3\pi L_2} = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{7,2}} \cdot \frac{1}{\pi L_2} = 1 \text{ г} \Rightarrow \sqrt{7,2} = \sqrt{g} \pi \sqrt{L_2} \Rightarrow \sqrt{L_2} = \frac{\sqrt{7,2}}{\sqrt{g} \pi}$

2) $\Delta L = L_1 - L_2 = 1,25 L_2 = \left(\frac{1,25 \cdot \sqrt{7,2}}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{g}{g} = \frac{g}{4\pi^2} = \frac{9}{4 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{9}{4} \cdot 10^{-2} = 2,25 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

Ответ: $2,25 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

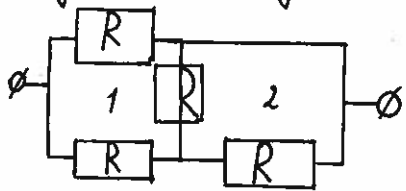
№ 8

Решение:

- 1) Не имеет значения, куда движется стержень поскольку сила тока будет отличаться только по направлению, но не по модулю. Стержень движется с постоянной скоростью $\Rightarrow \Delta \Phi = B \Delta S = BL \Delta h$, $\mathcal{E}_i = \Delta \Phi = \frac{B \Delta h}{\Delta t} = \frac{B \ell v}{1}$
- 2) по второму закону Ньютона: $mg + F_A = ma \rightarrow mg = |F_A| = q \ell B \Rightarrow \ell B = \frac{mg}{q} \Rightarrow \mathcal{E}_i = \frac{mg \ell}{q}$

3) перерисуем экв. схему:

$R_1 = 3R$
 $R_2 = 2R \Rightarrow R_{\text{общ}} = \frac{6R}{5} = 1,2R$



4) цепь и конденсатор подключены параллельно $\Rightarrow$



№ 9

Дано: Решите:

R
r
ω_k
$a_R - ?$

$$a_R = \omega_R^2 \cdot R$$

$$\omega_k = \frac{v_k}{r} = \frac{2\pi r}{\Delta t \cdot r} = \frac{2\pi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi}{\omega_k}$$

$$\omega_R = \frac{2\pi R}{\Delta t R} \Rightarrow \omega_R = \omega_k$$

$$\Rightarrow a_R = \omega_k^2 R$$

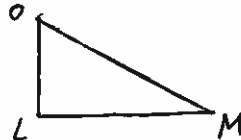
+15

Линейная скорость одинаковая, так как наши движители равно по траектории окружности

$$\omega_k = \frac{v_k}{r} \Rightarrow \omega_R = \frac{\omega_k r}{R} \Rightarrow a = \frac{\omega_k^2 r^2}{R}$$

№ 10

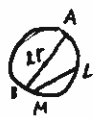
1) так как Земля имеет форму шара, то расстояние от Москвы до Лондона - дуга.
чтобы найти расстояние от Станции до Москвы, представим в виде треугольника



$$OL = 310 \text{ км}$$

ML - хорда, отстоящая на
дугу - ML = 2500 км

2) Найдем ML:



AB - диаметр Земли = $2r = 2 \cdot 6370 \text{ км}$
 $\angle AB = \pi r = \pi \cdot 6370 \text{ км}$

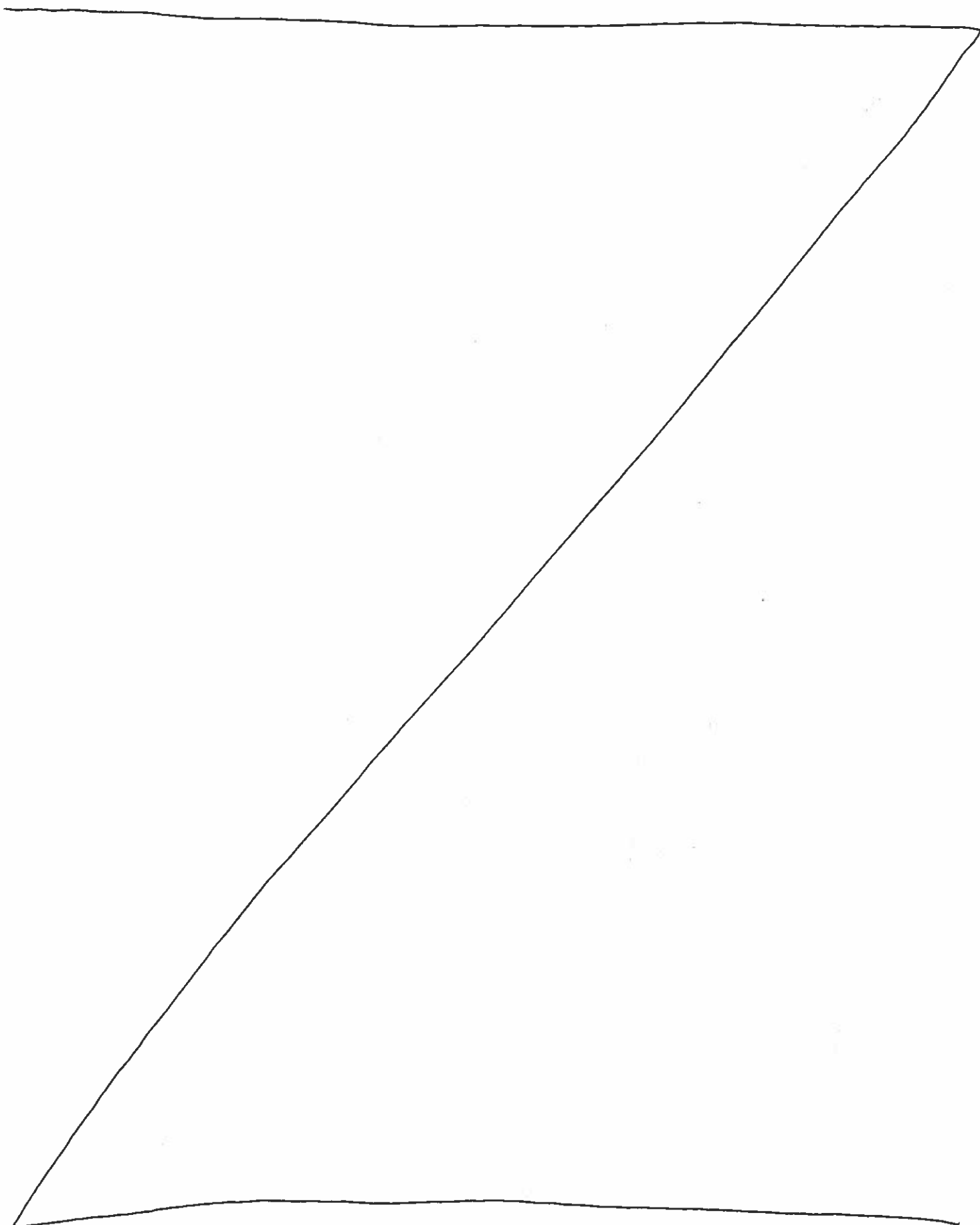
$$\frac{\angle AB}{AB} = \frac{\angle ML}{ML} \Rightarrow ML = \frac{\angle ML \cdot AB}{\angle AB} = \frac{2500 \cdot 2 \cdot 6370}{\pi \cdot 6370} = \frac{5000}{\pi} \text{ км}$$

3) Найдем OM: $OL^2 + LM^2 = OM^2 \Rightarrow OM = \sqrt{OL^2 + LM^2} = \sqrt{310^2 + 2500000} = \sqrt{25961 \cdot 10^2} \approx 1610 \text{ км}$

+20



Вариант № 1





Олимпиада школьников «Гранит науки»
БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ