Вариант № 3

① x – цена производителя; $x \in Z$

$1{,}7x$ – цена товара перед отправлением в магазин

$1{,}7^2 x$ – цена товара в магазине

$x \to 1{,}7x \to 1{,}7^2 x \approx 515$

$2{,}89x = 515$; $x = \frac{51500}{289} \approx 178$

Ответ: 178.

② a – сторона квадрата

Так как круг вписан в квадрат $\Rightarrow a = d$, где d – данный диаметр круга

Для II квадрата с кругом $d_2 = \frac{d}{2}$

$S_1 = a^2$, $S_2 = \frac{a^2}{2}$; $S_3 = \frac{a^2}{4}$; $S_4 = \frac{a^2}{8} \Rightarrow S_n = \frac{a^2}{2^n}$

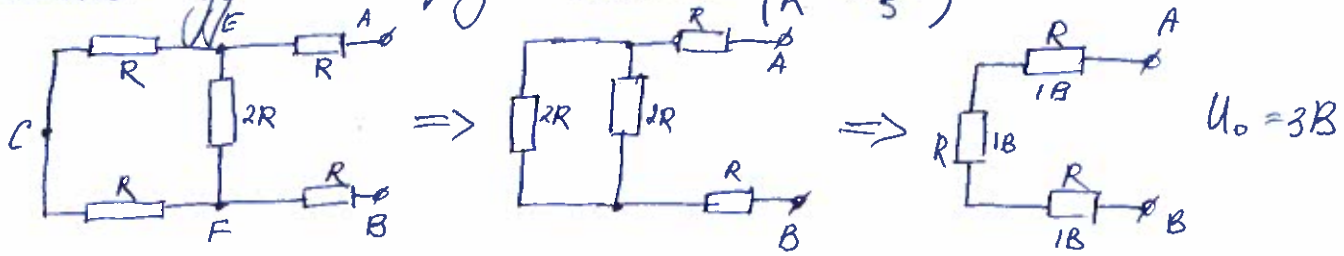
$S = \sum \frac{a^2}{2^n} = a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} \dots \frac{a^2}{2^n} = 2a^2$

Ответ: $2a^2$.

⑥ Так как $\triangle ABC$ – правильный $\Rightarrow AE = EC = CF = FB$

($EF = \frac{1}{2}AB$; EF – средняя линия $\triangle ABC$)

Площадь провода перемычки EF в 2 раза меньше $\Rightarrow$ сопротивление будет в 2 раза больше $\left(R = \frac{\rho l}{S}\right)$

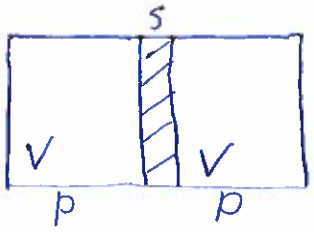


Имеем 3 одинаковых участка цепи с одинаковым сопротивлением; одинаковой силой тока $\Rightarrow$ напряжение на перемычке равно 1В.

Ответ: 1В. ✓ 6б.

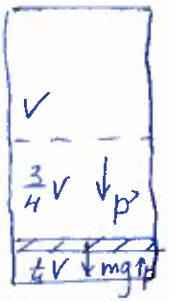
Для продолжения используйте оборотную сторону листа.

⑦



начальное состояние пара
$V_1 = V_2 = V$
$p_1 = p_2 = p$

Вес поршня: $P_б = mg$



под поршнем находится насыщенный пар
$\Rightarrow$ P не зависит от V

$F_{давления} = p \cdot S$

$mg + p'S = pS$

$mg = S(p - p')$

Так как T = const, процесс изотермический;
по закону Бойля-Мариотта
$p_1V_1 = p_2V_2 = const$

$\frac{p}{2}V = p'\frac{7}{4}V \Rightarrow p' = \frac{4pV}{7V \cdot 2} = \frac{2p}{7}$

Найдем вес поршня: $mg = S(P - p') = S(p - \frac{2}{7}p) = \frac{5}{7}pS$

Ответ: $\frac{5}{7}pS$.

④ $673m + pq = 2019$; p, q, m - натуральные числа

$673 = \frac{2019 - pq}{m}$; 673 - простое число

2019 : 673 = 3, если $qp = 2 \cdot 673$, а $m = 1$, то мы имеем решение:

$\begin{cases} p = 2 \\ q = 673 \\ m = 1 \end{cases}$ или $\begin{cases} q = 2 \\ p = 673 \\ m = 1 \end{cases}$

Делители числа 2019: 1, 3, 673, 2019

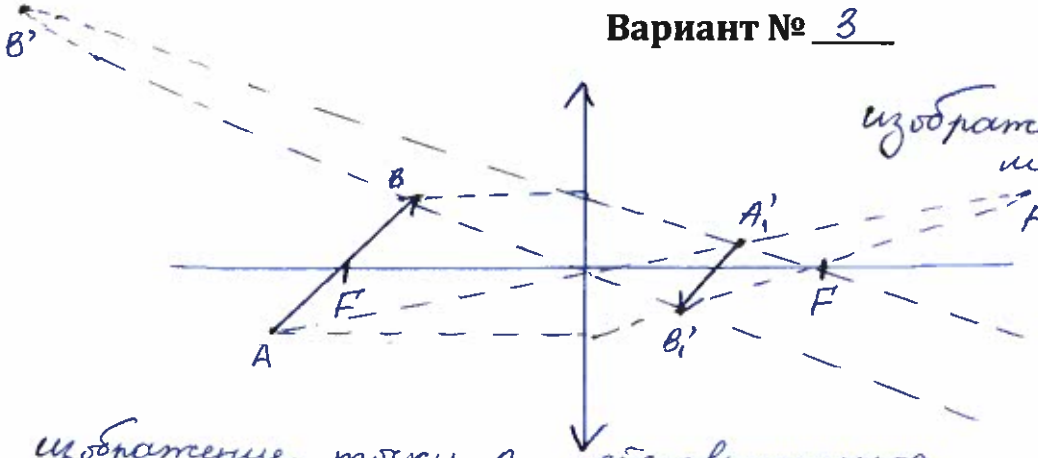
Рассмотрим случай, если $m = 3$, тогда $qp = 0$ (нет решения,
если $m = 673$, тогда $pq < 0$ (нет решения)

$\Rightarrow m = 1$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} p = 2, q = 673, m = 1 \\ p = 673, q = 2; m = 1 \end{array}\right.$.

⑧ Построим изображение наклонной стрелки AB:

Вариант № 3



изображение точки B будет мнимое

6б.

изображение точки A - действительное

③ $3 + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} + \frac{\cos^2 y}{\cos^2 x}$

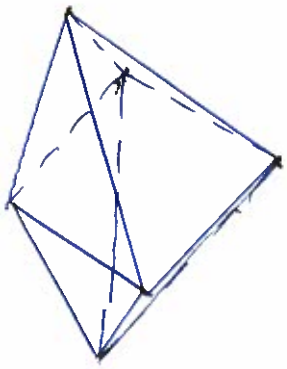
$\begin{cases} 0 < \cos^2 x \leq 1 \\ 0 < \cos^2 y \leq 1 \end{cases}$

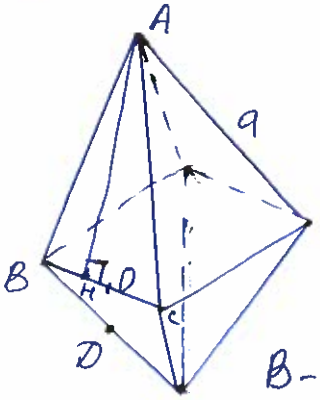
Чтобы найти наименьшее значение выражения, следует взять $x = y$, тогда:

$\frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} = 1$; $\frac{\cos^2 y}{\cos^2 x} = 1$

$3 + 1 + 1 = 5$ Ответ: 5.

⑤





т. A - финиш

т. D - старт

т. D - середина BC

AH - высота к BC

$a = 6$

B - точка пересечения с продолжением ребра

Пусть $BH = x$ (см), тогда:

1) $DH^2 = 9 + x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \cos 60°$

$DH = \sqrt{9 + x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \cos 60°} = \sqrt{9 + x^2 - 3x}$

2) $AH^2 = 36 + x^2 - 2 \cdot 6 \cdot x \cdot \cos 60°$

$AH = \sqrt{36 + x^2 - 6x}$

$f(x) = DH + AH = \sqrt{9 + x^2 - 3x} + \sqrt{36 + x^2 - 6x}$; $D_1 < 0$; $D_2 < 0$

$f'(x) = \frac{2x - 3}{2\sqrt{9 + x^2 - 3x}} + \frac{2x - 6}{2\sqrt{36 + x^2 - 6x}}$; $f'(x) = 0$

Для продолжения используйте оборотную сторону листа.

$$\frac{2x-3}{2\sqrt{9+x^2-3x}} = \frac{2x-6}{2\sqrt{36+x^2-6x}}$$

$$\left(\frac{x-1{,}5}{\sqrt{9+x^2-3x}}\right)^2 = \left(\frac{x-3}{\sqrt{36+x^2-6x}}\right)^2; \quad \frac{(x-1{,}5)^2}{9+x^2-3x} = \frac{(x-3)^2}{36+x^2-6x}$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2\left(36+x^2-6x\right) = (x-3)^2\left(9+x^2-3x\right)$$

$$\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)\left(x^2-6x+36\right) = \left(x^2-6x+9\right)\left(x^2-3x+9\right)$$

$$x^4-6x^3+36x^2+18x^2-3x^3-3\cdot 36x+\frac{9}{4}x^2-\frac{54}{4}x+\frac{9\cdot 36}{4} =$$

$$= x^4-3x^3+9x^2+18x^2-54x+9x^2-27x+81$$

$$-6x^3+38{,}25x^2-121{,}5x = 18x^2-81x$$

$$-6x^3+20{,}25x^2-40{,}5x=0$$

$$x(20{,}25x-6x^2-40{,}5)=0$$

$$56{,}25x^2-121{,}5x+81 = 36x^2-27x+27$$

$$20{,}25x^2-94{,}5x+54=0 \;/\cdot\frac{4}{9}$$

$$9x^2-42x+24=0; \quad D=900$$

$$x_{1,2}=\frac{42\pm\sqrt{900}}{18} \quad \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=\frac{2}{3}\end{array}\right.$$

$$f(4)=\sqrt{9+16-12}+\sqrt{36+16-24}=\sqrt{13}+\sqrt{28}$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right)=\sqrt{9+\frac{4}{9}-2}+\sqrt{36+\frac{4}{9}-4}=\sqrt{\frac{7\cdot 9+4}{9}}+\sqrt{\frac{32\cdot 9+4}{9}}=\sqrt{\frac{67}{9}}+\sqrt{\frac{292}{9}}=$$

$$=\frac{\sqrt{67}}{3}+\frac{\sqrt{292}}{3}=\frac{\sqrt{67}+\sqrt{292}}{3}$$

Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

Шифр работы 10ЕЧ-2403-005
(не заполнять)

Вариант № 3

Для продолжения используйте оборотную сторону листа.