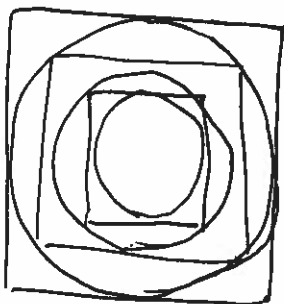




Вариант № 1

№2.



• Площадь квадрата (первого) $= a^2$

• сторона второго квадрата равна ~~его~~ радиусу первого вписанного круга $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$

• площадь второго квадрата $= \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}a^2$

• для каждого последующего квадрата выполняется условие $a_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_n$, где n — номер квадрата (от самого большого к малому), a_n —

сторона n -ного квадрата

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n S_i = S_1 + S_2 + \dots + S_n = a^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

• сумма геом. прогрессии $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ равна 2

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n S_i = 2 \cdot a^2$$

Ответ: $2a^2$



№1. Решение: знаком " $\rightarrow$ " далее обозначено округление числа

• обратим внимание, что $194 \cdot 1,7 = 329,8$, что округляется в 330

при этом $193 \cdot 1,7 = 328,1 \rightarrow 328$, $195 \cdot 1,7 = 331,5 \rightarrow 332$

• значит 194 р. — цена, с которой товар пришел в магазин

• аналогично заметим, что $114 \cdot 1,7 = 193,8 \rightarrow 194$

при этом $115 \cdot 1,7 = 195,5 \rightarrow 196$, $113 \cdot 1,7 = 192,1 \rightarrow 192$

• значит, с ценой 114 р. товар поступил от производителя

Ответ: 114 рублей.





№4.

$$3m - pq = 2019 \quad 2019 = 3 \cdot 673 \Rightarrow pq : 3$$

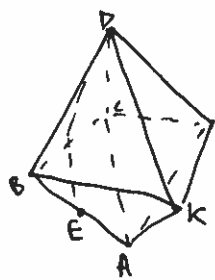
$$3 \cdot \left(m - \frac{pq}{3}\right) = 3 \cdot 673 \Rightarrow m - \frac{pq}{3} = 673 \Rightarrow pq = 3 \cdot k \cdot l, \text{ где } k, l - \text{ попарно взаимно простые}$$

• $m - kl = 673$; обозначим: $m = x$, $kl = y$, тогда получим уравнение $x - y = 673$, ~~$y = x - 673$~~ $y = x - 673$

• при условии, что $x > 0$, $y > 0$: $x \in [674; +\infty)$, $y \in [1; +\infty)$

$$x - y = 673 \Rightarrow x = 673 + y$$

№5.



Рассмотрим

ромб ABCD (обозначено на рисунке):

кратчайший путь из т. E в т. D - это отрезок, соединяющий данные точки

По т. косинусов в т.р. BEF:

$$BE^2 + BF^2 - 2 \cdot BE \cdot BF \cdot \cos B = EF^2$$

$$\Rightarrow EF^2 = \frac{28}{9}, \quad EF = \frac{2}{3}\sqrt{7}$$

По т. косинусов в т.р. DFC:

$$DF^2 = DC^2 + FC^2 - 2 \cdot DC \cdot FC \cdot \cos C = \frac{16 \cdot 7}{9} \Rightarrow DF = \frac{4}{3}\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \text{длина пути} = ED = EF + FD = 2\sqrt{7}$$

точка пересечения прямой ED с отрезком BC делит его в отн. 1:2

Примечание: аналогичный маршрут можно проделать и по граням ABK и DBK, т.е. фигура

симметрична, а точки расположены на линиях пересечения плоскостей (ABC и ABD) и (BCD и BDK) соотв.



Вариант № 1

№3.

$$1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x}$$

Обозначим: $\ln^2 x = a$, $\ln^2 y = b$, тогда

$$1 + \frac{\ln^2 x}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 x} = 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$\frac{a}{b}$, $\frac{b}{a}$ — ^{положительные} коэф. $\Rightarrow$ надо найти
минимальное значение $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a})$

$(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) > 1$: Доказательство:

пусть $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) \leq 1$, тогда $a^2 + b^2 \leq ab$, тогда $(a-b)^2 + ab \leq 0$

это невозможно при случае, когда a, b — положительные числа,

т.к. тогда $(a-b)^2 \leq -ab$ — квадрат (всегда ≥ 0) меньше либо
равен отрицательному числу

$$\Rightarrow (\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) > 1$$

~~+~~

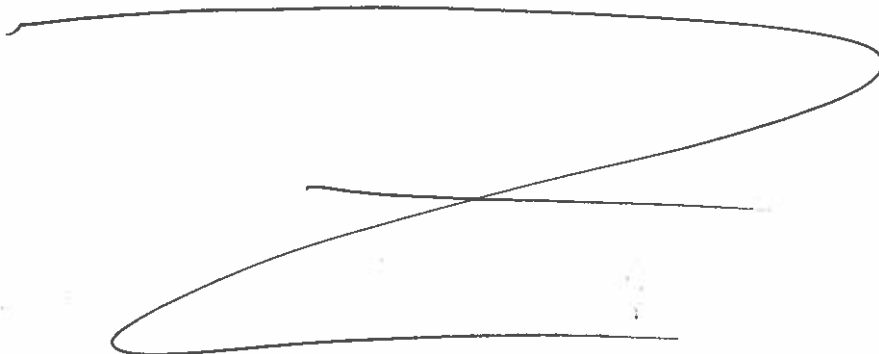
Минимальное значение выражения $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a})$ — то, при котором $a=b$

$\Rightarrow$ Ответ: 3

Доказательство: рассмотрим функцию

$$f(x) = x + \frac{1}{x}, \quad f'(x) = x' + (\frac{1}{x})' = 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \quad \text{при } x^2 = 1$$

$\Rightarrow$ при $a=b$ функции аналогичны $\Rightarrow$ Ответ: 3

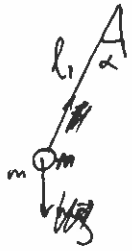




Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

№7

$E_0 = E_{\text{п.полн}} = E_{\text{к.полн.}}$. Для удобства рассмотрим г/пот. энергии материки



$$E_1 = mgh_1 = mgl_1 \cdot (1 - \cos \alpha)$$

$$E_2 = mgh_2 = mgl_2 \cdot (1 - \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{E_1}{E_2} = 2,25$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \gamma = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}}$$

$$\gamma_2 - \gamma_1 = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{l_2}} - \frac{1}{\sqrt{l_1}} \right) = 1 \text{ Гц}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{l_2}} - \frac{1}{\sqrt{l_1}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$l_2 = \frac{4}{9} \cdot l_1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\frac{2}{3}\sqrt{l_1}} - \frac{1}{\sqrt{l_1}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} = \frac{1}{2\sqrt{l_1}} \Rightarrow \sqrt{l_1} = \frac{\sqrt{g}}{4\pi}, \quad l_1 = \frac{g}{16\pi^2}, \quad l_2 = \frac{4}{9} \cdot l_1 = \frac{4}{36\pi^2}$$

$$\Rightarrow l_1 - l_2 = \left(\frac{9}{16} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{1}{\pi^2} = \frac{5}{16\pi^2} \text{ Ответ: } \frac{5}{16\pi^2}$$

$$l_1 - l_2 = \frac{5}{9} \cdot l_1 = \frac{5}{9} \cdot \frac{10}{16 \cdot \pi^2} = \frac{25}{72\pi^2} \text{ м} \approx \frac{5}{144} \text{ м.}$$

$$\text{Ответ: } \Delta l = \frac{25}{72\pi^2} \text{ м} \approx \frac{5}{144} \text{ м}$$

№6

$$\Delta = d \cdot \sin \varphi$$

$$\Delta = k\lambda \text{ (максимум)}$$

$$\Delta = \frac{2k+1}{2} \lambda \text{ (минимум)}$$

Рассмотрим две первые максимумы

$$n_0 d \cdot \sin \varphi_1 = \lambda$$

$$n_{\text{ш}} d \cdot \sin \varphi_2 = 3\lambda$$

$$\Rightarrow \frac{n_{\text{ш}} \sin \varphi_2}{n_0 \sin \varphi_1} = 3$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 \Rightarrow$$

$$n_{\text{ш}} = 3n_0$$

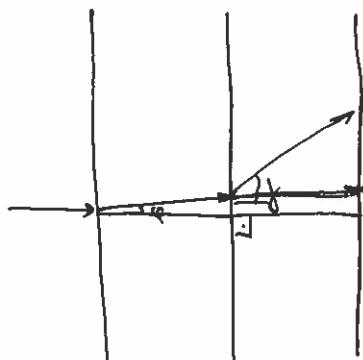
$$\text{Ответ: } n_{\text{ш}} = 3n_0$$

№96.

$$\Delta = d \cdot \sin \varphi$$

$$\Delta = k\lambda \text{ (максимум)}$$

$$\Delta = \frac{2k+1}{2} \lambda \text{ (минимум)}$$



здесь изначально (только чистый воздух) был максимум 3-го порядка, а теперь (при зап. максим. возг) — 1-го порядка

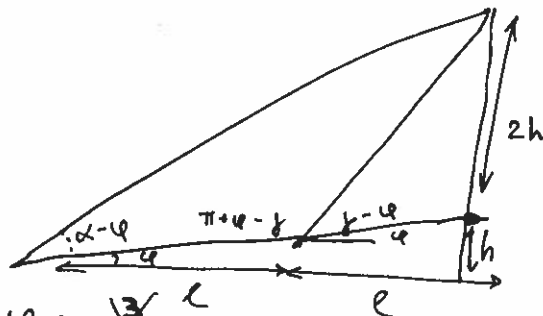
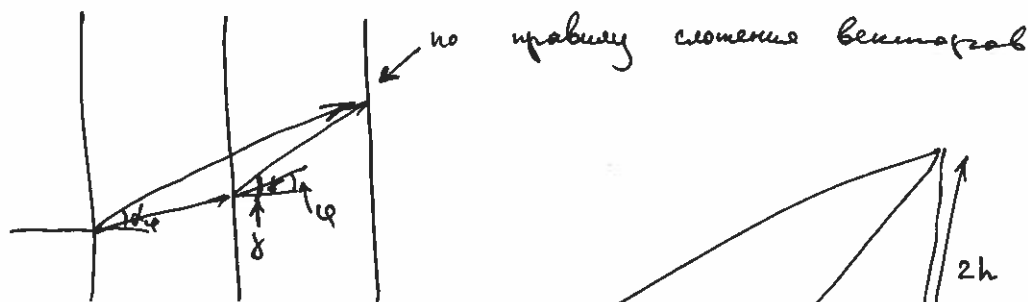
$$\Delta = n_0 d \cdot \sin \varphi = n_{\text{ш}} d \cdot \sin \varphi$$

$$\Rightarrow n_0 \sin \varphi = n_{\text{ш}} \sin \varphi \Rightarrow n_0 = n_{\text{ш}}$$



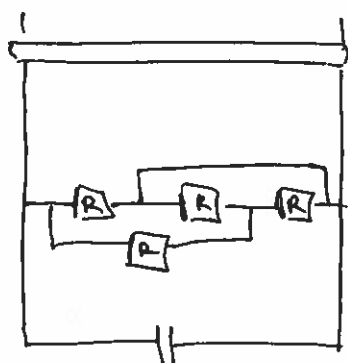
Вариант № 1

$$d \cdot \sin \varphi = kl$$



$$\frac{h}{2l} = \sin \varphi, \quad \frac{3h}{2l} = \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = 3 \sin \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}$$

№8.



$\odot \vec{B}$

$\vec{F}_{\text{пр.}}$ м.к. $\vec{B}$ направ. «от нас», то $\vec{F}_x = \int L \vec{B}$
 $\vec{F}_{\text{пр.}}$ - сила, действующая на проводник



$$|\mathcal{E}_i| = vBL = -\frac{d\varphi}{dt} = \frac{B \cdot \Delta S}{t} = \frac{B \cdot v \cdot L \cdot t}{\Delta t}$$

$$W_{\text{max}} = \frac{CU_{\text{max}}^2}{2}$$

№9.
 $\vec{F} = m\vec{a}$



Олимпиада школьников «Гранит науки»

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

