



Вариант № 1

1) Очевидно, что до округления цены в магазине, неокругленная цена лежала в промежутке $[329,5; 330,5)$. Поскольку до умножения на 1,7 цена каждой единицы товара была целочисленной, то исходная ~~цена~~ неокругленная цена должна делиться на 1,7 увеличено. Единственным таким числом будет $329,8$. $\frac{329,8}{1,7} = 194$ — вновь умноженная на 1,7 и округленная цена. По центральному алгоритму из промежутка $[193,5; 194,5)$ находим число, увеличено деленное на 1,7. Исходное число будет $193,8$, тогда $n = \frac{193,8}{1,7} = 114$

Ответ: 114

2) ~~радиус~~ ^{диаметр} вписанного в квадрат круга равен стороне квадрата. Тогда как ~~вписанная~~ стороны вписанного в кв круг квадрата равны диаметру круга, деленному на $\sqrt{2}$ (т.к. диаметр круга является диагональю квадрата). Тогда получим рекуррентную формулу связи сторон описанного и вписанного в круг квадрата: $a_n = \frac{a_{n-1}}{\sqrt{2}}$, Очевидно, что это геометрическая прогрессия с $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Она бесконечно убывает, а первый член прогрессии нам дан. Поскольку площадь квадрата равна $S = a^2$, то для площади получим рекуррентную формулу: $S_n = \frac{1}{2} S_{n-1}$; Площадь первого квадрата $S_1 = a^2$, тогда сумма площадей для убывающей геом. прогрессии: $Z = \frac{S_1}{1 - \frac{1}{2}} \Rightarrow Z = 2a^2$

Ответ: $2a^2$



Олимпиада школьников «Гранит науки» БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ

3) $1 + \frac{\ln^2 u}{\ln^2 y} + \frac{\ln^2 y}{\ln^2 u}$ ОДЗ $\begin{matrix} u > 0 \\ y > 0 \\ u \neq 1 \\ y \neq 1 \end{matrix}$; Пусть $t = \left(\frac{\ln^2 u}{\ln^2 y} \right)^2$, тогда исходное выражение примет вид:
 $t > 0$

$1 + t + \frac{1}{t}$; из курса математики для любых $z > 0$ справедливо неравенство $z + \frac{1}{z} \geq 2$, следовательно наименьшее значение $t + \frac{1}{t}$ равно двум, тогда наименьшее значение $1 + t + \frac{1}{t}$ равно 3.

Ответ: 3 ~~не доказано~~ ~~при каких t?~~

4) $3m - pq = 2019$, анализируя уравнение по остатку 3, получаем, что $pq \equiv 0 \pmod 3$, т.к. $\begin{cases} 2019 \pmod 3 = 0 \\ 3m \pmod 3 = 0 \end{cases}$ но

поскольку p и q — простые числа, то либо $p = 3$, либо $q = 3$

Пусть $t = \frac{pq}{3}$; t — простое число т.к. $p = 3$ либо $q = 3$, и p, q — простые.

Исходное уравнение примет вид:

$$3m - 3t = 2019 \Rightarrow m - t = 673 \Rightarrow m = 673 + t.$$

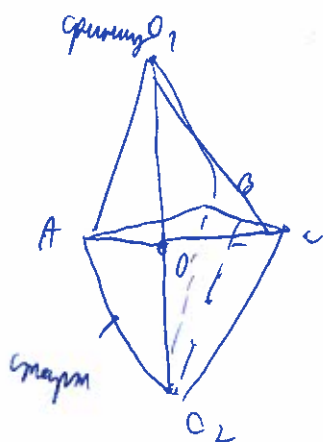
~~Из условия~~ Все простые числа нечетны, кроме двух. Если t — нечетное, то $(673 + t) \pmod 2 = 1$, значит m — не простое число, что противоречит условию. Если $t = 2$, то $m = 675$, что тоже не является простым. Получаем противоречие: либо t — ~~составное~~ ~~не простое~~, либо m — ~~составное~~, что противоречит условию задачи и $t = \frac{pq}{3}$, значит

Ответ: нет решений ~~+~~



Вариант № 51

51

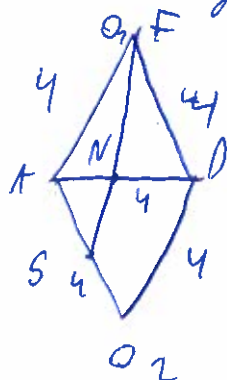


~~удалим ребро BC, т.к. минимизировать его можно~~

Оптимальный маршрут пересекает ребро

(минимизируем)

A D. Сделаем развертку A O₁ O O₂:



где S - точка старта, F - точка финиша

N - точка пересечения SF и AO; SF - минимальный маршрут.

Поскольку $\angle FAD = \angle O_2 A D = 60^\circ$, то

$\angle F A O_2 = 120^\circ$; по теореме косинусов:

$F S^2 = A S^2 + A F^2 - 2 \cos 120^\circ \cdot A S \cdot A F$; По условию $A F = 4$; $A S = \frac{1}{2} A O_2 = 2$;

$$F S^2 = 4 + 16 + 8 = 28 \Rightarrow F S = 2\sqrt{7}$$

$\triangle N F O \sim \triangle N S A \Rightarrow \frac{A N}{N O} = \frac{A S}{F O} \Rightarrow A N = \frac{1}{2} N O$, но $A N + N O = A O = 4$, тогда:

$$A N = \frac{4}{3}, N O = \frac{8}{3}$$



Ответ: минимальный маршрут $2\sqrt{7}$. точки пересечения таковы, что $A N = \frac{4}{3}$; $N O = \frac{8}{3}$

ИЗ $E_1 = 2,25 E_2 \Rightarrow h_{m1} = 2,25 h_{m2}$, где h_m - максимальная высота

наблюдения. ~~так~~ $\begin{cases} d_1 = d_2 \\ \cos \alpha = \frac{h_{m1}}{l_1} \end{cases} \Rightarrow 1 - \frac{h_{m1}}{l_1} = 1 - \frac{h_{m2}}{l_2} \Rightarrow l_1 = 2,25 l_2$

$$J = \frac{\sqrt{8}}{2\pi\sqrt{I}} \Rightarrow A \propto J = \frac{\sqrt{8}}{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{l_2}} - \frac{1}{\sqrt{l_1}} \right). \text{ По условию } \Delta J = 1, \text{ тогда}$$



$$\frac{2\pi}{\sqrt{g}} = \frac{1}{\sqrt{l_2}} - \frac{1}{1,5\sqrt{l_2}} \Rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{g}} = \frac{1}{3\sqrt{l_2}} \Rightarrow 36\pi^2 = \frac{g}{l_2} \Rightarrow l_2 = \frac{g}{36\pi^2}$$

$$\Delta l = l_1 - l_2 = 1,25 l_2 \Rightarrow \Delta l = \frac{5g}{144\pi^2}$$

Ответ: $\frac{5g}{144\pi^2}$

7 - +75

8) т.к. металлический стержень скользит равномерно: $mg = BIL \Rightarrow I = \frac{mg}{BL}$

Рассмотрим цепь резисторов: через центральный резистор ток не потечёт, т.к. есть α-вершина ветви без сопротивления. Заменяем эквивалентной схемой:



Сопротивление данной цепи: $1,5 R$.

и тогда

Напряжение на конденсаторе будет равно напряжению на цепи резисторов: $V_C = V_R = 1,5 R I = \frac{1,5 R mg}{BL} = \frac{3 R mg}{32 BL}$

Энергия, запасённая на конденсаторе: $W = \frac{V_C^2 C}{2} \Rightarrow \frac{9 R^2 m^2 g^2 C}{8 B^2 L^2}$

Ответ: $\frac{9 R^2 m^2 g^2 C}{8 B^2 L^2}$

8 - +85

9) В нижней точке колеса линейная скорость равна: $V_y - V_k - \omega r$

V_y - скорость центра колеса, V_k - линейная скорость нижней точки колеса относительно центра. В верхней точке скорость равна $V_y + V_k$

Изменение скорости от низа до верха происходит за половину периода вращения

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$$

9 - +25

Изменение скорости: $\Delta V = (V_y + V_k) - (V_y - V_k) = 2 V_k$, с другой стороны:

$$\Delta V = \epsilon r t \Rightarrow 2 V_k = \frac{\epsilon r \pi}{\omega}, \text{ но } V_k = \omega r, \text{ тогда } \epsilon = \frac{2 \omega^2}{\pi}$$

Ответ: $\epsilon = \frac{2 \omega^2}{\pi}$



Вариант № 1

6) Зависимость функции от угла; $2\delta \sin d = 1k$, т.к. произошло смещение на две волны: $\Delta d = \frac{2k}{\sin d}$



$\Delta d = d_2 - d_1 \Rightarrow \Delta d \approx l(\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$; для малых углов $\cos \alpha \approx \sin \alpha$:

1-гипотенуза

$\sin \alpha d = l(\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$

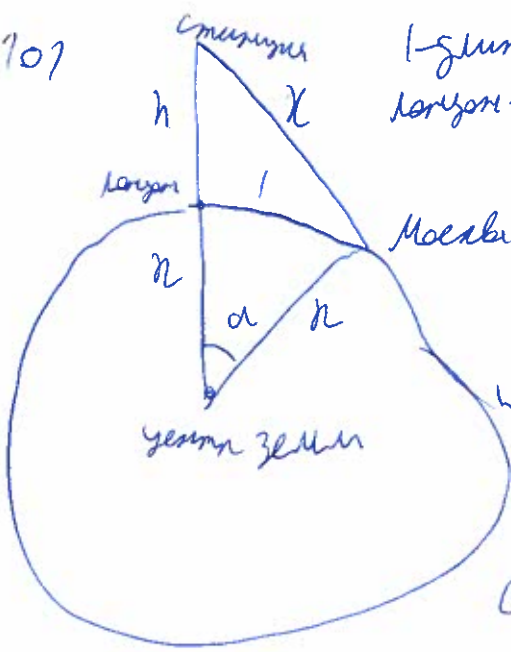
$\begin{cases} \sin \beta_2 = \frac{\sin d}{n_{\text{воз}}} \\ \sin \beta_1 = \frac{\sin d}{n_{\text{вн}}} \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta d = l \sin d \left(\frac{1}{n_{\text{в}}} - \frac{1}{n_{\text{вн}}} \right)$

$l \sin d \left(\frac{1}{n_{\text{в}}} - \frac{1}{n_{\text{вн}}} \right) = \frac{2k}{\sin d}$; $\sin d = 1$ т.к. малый угол

$\frac{1}{n_{\text{в}}} - \frac{1}{n_{\text{вн}}} = \frac{2k}{l} \Rightarrow n_{\text{вн}} = \frac{n_{\text{в}}}{1 - 0,0002 n_{\text{в}}}$

Ответ: $\frac{n_{\text{в}}}{1 - 0,0002 n_{\text{в}}}$



1-гипотенуза, R-радиус земли; h-высота станицы.

Известно, что $d = \frac{1}{R}$, тогда

по теореме косинусов расстояние между станицей

и Москвой: $R = \sqrt{(R+h)^2 + n^2 - 2 \cos \frac{1}{R} \cdot R \cdot (R+h)}$

Значит можно установить связь (Москва Москва) выразить функцию угла;



1) $k <$ длины касательной $\Rightarrow k < \sqrt{(R+h)^2 - R^2}$ иначе

Москва будет вне зоны прямой видимости

2) $k \bmod \frac{c}{f} = 0$, то есть расстояние от Москвы до ~~станции~~ должно также делиться на длину волны, которую преобразуют

Максимальная дальность приема сигнала равна расстоянию, которое меньше или равно длине касательной и равно целому числу длин волн

$$S_m = \sqrt{(R+h)^2 - R^2} - (\sqrt{(R+h)^2 - R^2} \bmod \frac{c}{f})$$

