Олимпиада школьников «Гранит науки» Шифр работы 10ЕН-2403-008

БЛАНК ОЛИМПИАДНОЙ РАБОТЫ (не заполнять)

Вариант № 2

1) $129 \leftarrow 1296 = 36^2 \leftarrow 36 \leftarrow 361 = 19^2 \leftarrow 19 \leftarrow 196 = 14^2 \leftarrow 14$

Ответ: 14

+4

2)

$R_1 = \frac{3a \cdot R_1}{2} = \frac{a \cdot a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{R_1 = \frac{a}{2\sqrt{3}}}$

$S_b = \frac{b^3}{4R_1} = \frac{b \cdot b}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad b = R_1 \cdot \sqrt{3}$ $\quad R_2 = \frac{b}{2\sqrt{3}} = \frac{R_1 \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{R_1}{2}$

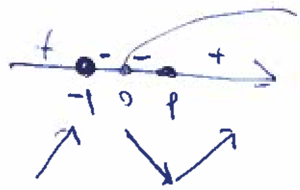
$\Sigma S = \frac{\pi R_1^2}{2} + \pi \frac{R_2^2}{2} \dots = \frac{\pi}{2}\left(R_1^2 + \frac{R_1^2}{4} + \dots\right) = \frac{\pi}{2}\left(\frac{R_1^2}{1-\frac{1}{4}}\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4}{3} R_1$

$= \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{a^2}{4 \cdot 3} = \frac{\pi a^2}{18}$

± 6

3) $2 + \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} = 2 + t + \frac{1}{t}$ $\quad t \geq 0 \quad t \neq 0$

$\frac{d\left(2+t+\frac{1}{t}\right)}{dt} = 0 = 1 - \frac{1}{t^2} = \frac{(t-1)(t+1)}{t^2} = 0$



$t = 1 \Rightarrow 2 + t + \frac{1}{t} = 4$

достигается при ~~$x = \pm x$~~ $\sin x = \pm \sin y$

например $x = \frac{\pi}{6}$; $y = \frac{\pi}{6}$

+8

Для продолжения используйте оборотную сторону листа.

4 $3m + pq = 2019$ m, p, q – целые, положит.

$m + \frac{pq}{3} = 673$ одно из p или $q \vdots 3$

но т.к простые числа то либо $p=3$ либо $q=3$

$\cancel{m + p/q =}$ $\left.\begin{matrix} q=3 \\ m+p=673 \end{matrix}\right\}$

673 – простое, нечетное

m и p одно из них четное и простое это 2

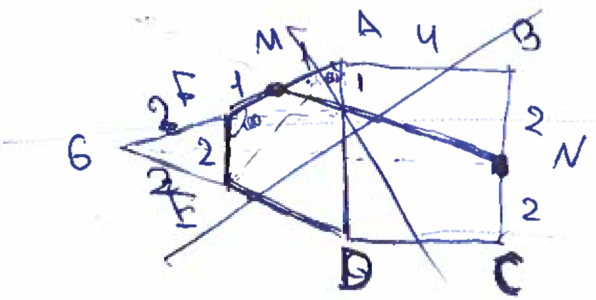
$\left.\begin{matrix} p=3 \\ m+q=673 \end{matrix}\right\}$

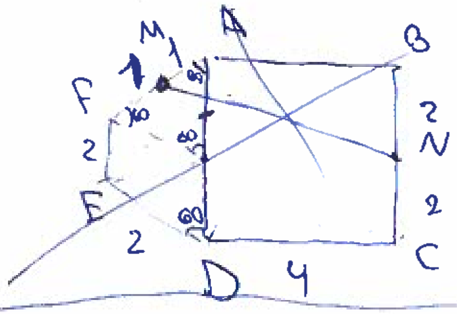
но 671 не простое $671 \vdots 11$

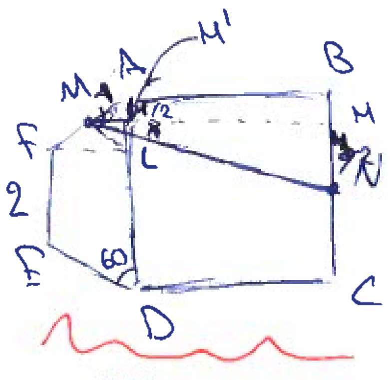
+12

=> нет решений

5







?

$MN = \sqrt{NH^2 + (HM)^2}$

$BH = \frac{1}{2}$ $HN = \frac{7}{2} = 4 - \frac{1}{2}$

$BH = AH' = MA \cdot \sin 30 = \frac{1}{2}$

$MH = MH' + H'H = 4 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$MN = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + 16 + \frac{3}{4} + 4\sqrt{3}} = \sqrt{\overset{=13}{\frac{52}{4}} + 16 + 4\sqrt{3}} =$

$= \sqrt{29 + 4\sqrt{3}}$?

Вариант № 2

X – точка пересечения

$\Delta MH'X \sim \Delta MHN$

$$\frac{H'X}{HN} = \frac{MH'}{MH} \qquad H'X = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{7}{2}}{4 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{7\sqrt{3}}{16 + 2\sqrt{3}}$$

$$\boxed{AX = \frac{1}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{16 + 2\sqrt{3}}}$$

−0

6)

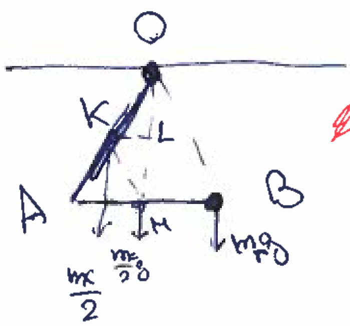


рисунок не ясен.

ΔOAB – правильный

K – середина OA

$KL = \frac{a}{4} \qquad HB = \frac{a}{2}$

4 б.

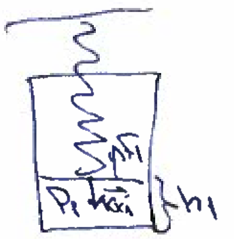
~~момен~~ $\sum M = 0$ т.O:

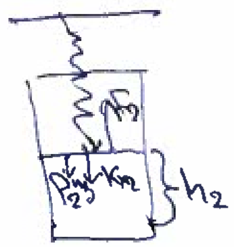
где моменты ?

$$g\frac{m_c}{2} \cdot \frac{a}{4} - m_r \cdot g \cdot \frac{a}{2} + \frac{m_c}{2}g \cdot 0 = 0$$

$$\boxed{m_r = \frac{m}{4}}$$

7)

1) 

2) 

$\vec{F_1} + \vec{kx_1} + \vec{mg} = 0 \qquad \vec{F_2} + \vec{kx_2} + \vec{mg}$

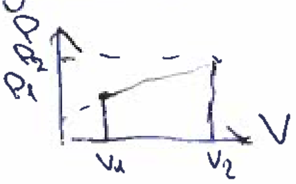
1) $P_1 S = kx_1 + mg$

2) $P_2 S = kx_2 + mg$

$(P_2 - P_1)S = k(x_2 - x_1)$

~~$P_2 - P_1 S =$~~

давление меняется пропорц. ~~координ~~ смещению поршня

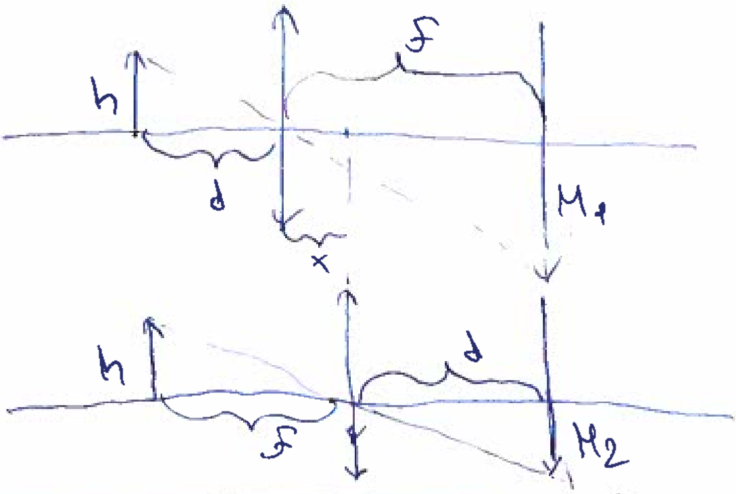


A – численно равна площади под графиком

$$A = \frac{P_1 + P_2}{2}(V_2 - V_1)$$

8 б.

8



$$\boxed{\begin{array}{ll} \frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F} \quad (1) & \frac{h}{H_1}=\frac{d}{f} \\ \frac{1}{d+x}+\frac{1}{f-x}=\frac{1}{F} \quad (2) & \frac{h}{H_2}=\frac{d+x}{f-x} \end{array}}$$

$$\frac{h}{d}=\frac{H_1}{f}$$

$$\frac{h}{d+x}=\frac{H_2}{f-x}$$

$$\frac{hH_1}{d}+\frac{hH_1}{f}=\frac{hH_1}{F}=\frac{h}{d}(H_1+h)$$

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{d+x}+\frac{1}{f-x}$$

$$\frac{hH_2}{d+x}+\frac{hH_2}{f-x}=\frac{hH_2}{F}=\left(\frac{h}{d+x}\right)(H_2+h)$$

$$\frac{hH_1H_2}{d}+\frac{hH_1H_2}{f}=\frac{hH_1H_2}{d+x}+\frac{hh_1H}{f-x}$$

$\frac{h}{d}\left(H_1H_2+\frac{1}{f(f-x)}\right.$ вычтем из 2 первое

10 б.

$$\frac{1}{d+x}-\frac{1}{d}+\frac{1}{f-x}-\frac{1}{f}=0 \qquad \frac{d+x-d}{(d+x)d}=\frac{f-x-f}{}$$

$$\frac{d-(d+x)}{(d+x)d}=\frac{f-x-f}{f(f-x)} \qquad \frac{-x}{(d+x)d}=\frac{-x}{(f-x)f} \qquad \cancel{\frac{d+x}{f-x}=f}$$

$$d^2+dx=f^2-fx \qquad x^2=$$

$$\boxed{(d+x)d=(f-x)f}$$

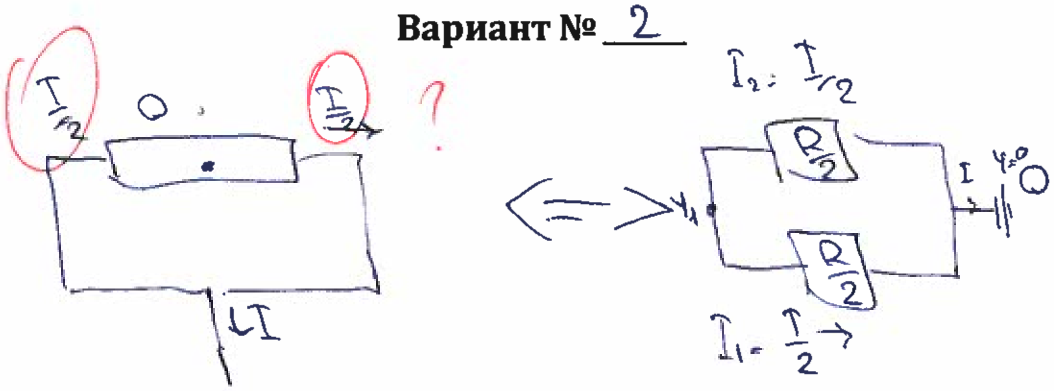
$$(d+x)=f \qquad (f-x)=d$$

$$\frac{h}{H_1}=\frac{d}{f} \qquad \frac{h}{H_2}=\frac{f}{d}$$

$$\frac{h}{H_1}=\frac{H_2}{h} \Rightarrow h=\sqrt{H_1H_2}=\sqrt{4\cdot 9}=2\cdot 3=\boxed{6\text{ см}=h}$$

Вариант № 2

(9)



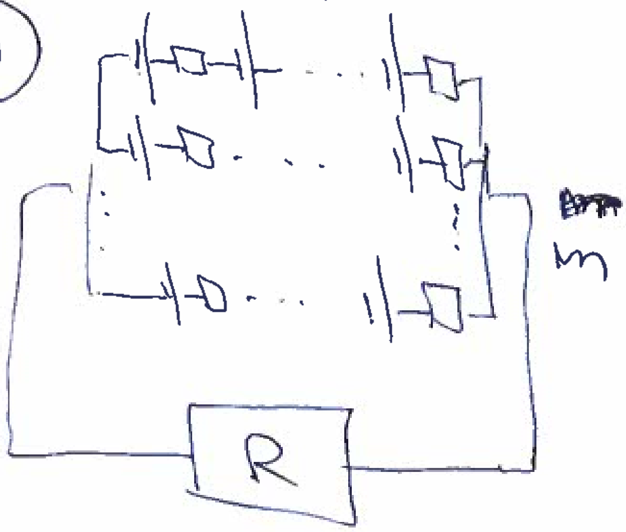
из симметрии токи $I_1 = I_2$ $\quad I_1 + I_2 = I$ $\quad I_1 = I_2 = \frac{I}{2}$

$R = \rho L S$ $\quad R_1 = R_2 = \frac{\rho L}{2S} = \frac{R}{2}$

$\varphi_1 - 0 = I_1 \cdot \frac{R}{2} = \frac{I}{2} \cdot \frac{R}{2} = \boxed{\frac{IR}{4} = \Delta\varphi}$

4 б.

(10)



$m \cdot n = 400$ $\quad r = 9$ Ом

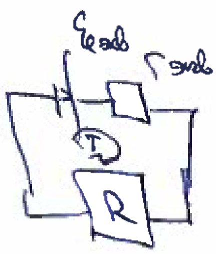
т.к. элементы одинаковы

то $\mathcal{E}_{экв} = \frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{r_i}}{\sum \frac{1}{r_i}} = n\mathcal{E}$

$n\mathcal{E}$ - n последоват

15 б.

$r_{экв} = \frac{nr}{m}$



I) $\mathcal{E} = I(r+R)$

$P_R = I^2 R = \mathcal{E} I - I^2 r$

$\frac{dP_R}{dI} = \mathcal{E} - 2Ir \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$ $\quad P_R = \frac{\mathcal{E}^2}{2r} - \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = P_{max}$

$\boxed{R = r}$

$\frac{nr}{m} = R$ $\quad \frac{n}{m} = \frac{R}{r}$ $\quad \frac{n \cdot m}{m^2} = \frac{R}{r} = \frac{k}{m^2}$

$n \cdot m = k$ $\quad m^2 = \frac{k \cdot r}{R} = \frac{400 \cdot 9}{16}$

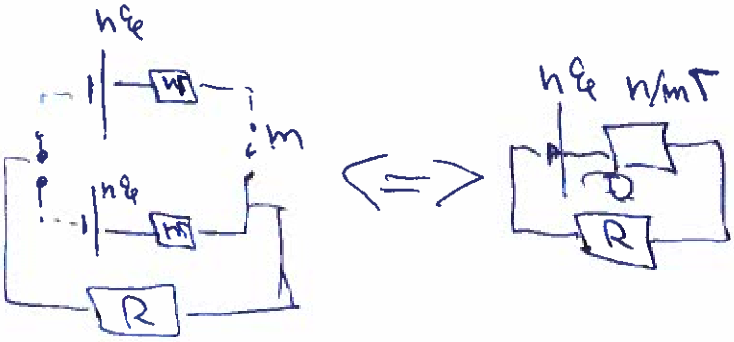
$m = \sqrt{\frac{400 \cdot 9}{16}} = \frac{20 \cdot 3}{4} = 15$ $\quad n = \frac{\cancel{k}}{15} = \frac{400}{15} = 2$

$P_R = \mathcal{E}_e I - I^2 \cdot r = n\mathcal{E}_e I - I^2 \frac{nr}{m}$

$\frac{dP_R}{dI} = n\mathcal{E}_e - 2I\frac{\cancel{n}}{m} r = 0$ $\quad I = \frac{\mathcal{E}_e m}{2r}$

$P_R = \left(\frac{\mathcal{E}_e m}{2r}\right)^2 \cdot r\frac{n}{m} = \frac{\mathcal{E}_e^2}{4r} m \cdot n$

$k = 400$



$I)\ n\mathcal{E}_e = I\left(R + \frac{n}{m} r\right)$

$I = \frac{n\mathcal{E}_e}{\left(R + \frac{n}{m} r\right)} = \frac{\mathcal{E}_e (m \cdot n)}{(mR + nr)} = \frac{k\mathcal{E}_e}{(mR + nr)}$ $\quad = k$

$P_R = I^2 \cdot R = \frac{(k\mathcal{E})^2}{(mR + nr)^2} \cdot R = (k\mathcal{E})^2 R \frac{1}{\left(mR + \frac{k}{m} r\right)^2} = (k\mathcal{E})^2 R \cdot \frac{m^2}{(m^2R + kr)^2} =$

$\frac{dP_R}{dm} = \cancel{2m(m^2R+kr)^2 - m^2\left(2(m^2R+kr)^2 \cdot 2m\right)} \quad = (k\mathcal{E}_e)^2 R \cdot \left(\frac{m}{m^2R + kr}\right)^2$

$\frac{dP_R}{dm} = k\mathcal{E}^2 R \cdot 2\frac{m}{m^2R + kr} \cdot \frac{m^2R + kr - 2m \cdot mR}{m^2R + kr} = 0$ $\quad \boxed{m^2 R = kr}$

$m = \sqrt{\frac{kr}{R}} = \sqrt{\frac{400 \cdot 9}{16}} = \frac{30}{2} = 15$ $\quad m \cdot n = 400$

$n = \frac{400}{15} = 27$