



Вариант № 2

№1

После третьего шага получили число 129, тогда число $1290 + x$, где $0 \leq x \leq 9$ и $x \in \mathbb{Z}$, — это квадрат.

$$35^2 < 1290 + x < 37^2 \Rightarrow 1290 + x = 36^2 = 1296 \quad (x=6).$$

Значит, что после второго шага получили число 36, тогда число $360 + y$, где $0 \leq y \leq 9$ и $y \in \mathbb{Z}$, — это квадрат.

$$18^2 < 360 + y < 20^2 \Rightarrow 360 + y = 19^2 = 361 \quad (y=1).$$

Значит, что после первого шага получили число 19, тогда число $190 + k$, где $0 \leq k \leq 9$ и $k \in \mathbb{Z}$ — это квадрат.

$$13^2 < 190 + k < 15^2 \Rightarrow 190 + k = 14^2 = 196 \quad (k=6).$$

Значит, что исходное число — это 14 и других вариантов быть не может.

Ответ: 14.

№3

$$2 + \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} + \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x}, \quad \sin x \neq 0, \sin y \neq 0$$

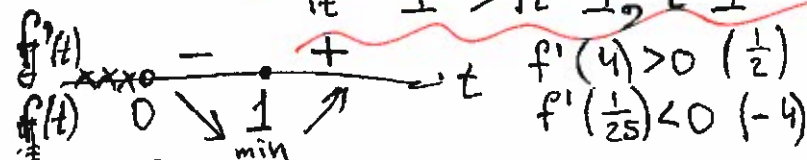
положим $\frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} = t$, тогда $\frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} = \frac{1}{t}$, $t > 0$ (ОДЗ)

$$f(t) = 2 + t + \frac{1}{t}$$

$$f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} \quad (t > 0 \text{ по ОДЗ})$$

$$f'(t) = 0, \quad 1 - \frac{1}{t^2} = 0$$

$$\frac{1}{t^2} = 1 \Rightarrow t^2 = 1, \quad t = 1$$



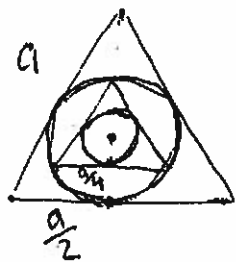
$\Rightarrow f(t)$ имеет мин. зн-е при $t=1$.

$$\text{Значит } \frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} = 1 \text{ и } \frac{\sin^2 y}{\sin^2 x} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{и } 2 + 1 + 1 = 4 \text{ — мин. зн-е.}$$

Ответ: 4.

$\sqrt{2}$



Дано:

H - высота большого Δ

R - радиус большой кр., r - радиус малой кр.

S_1 - площадь большой кр.

S_2 - площадь маленькой кр.

Найти: $S_1 + S_2 + S_3 + \dots$

Решение:

$H = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}}$ по т. Пифагора
 $\Rightarrow H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, тогда $R = \frac{1}{3}H = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ (по стн. медианы ^{отрезков})
 $r = \frac{R}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{12}$ и т.д., т.к. радиус след. кр. будет в 2 раза меньше ^{предыдущей}.

$$S_1 = \pi R^2 = \frac{\pi a^2 \cdot 3}{36} = \frac{\pi a^2}{12}$$

$$S_2 = \frac{\pi a^2 \cdot 3}{144} = \frac{\pi a^2}{48}$$

Далее ~~и~~ площади образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию.

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi a^2 \cdot 12}{48 \cdot \pi a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{знаменатель геом. прогрессии } \frac{1}{4}$$

$$S = \frac{\pi a^2}{12} + \frac{\pi a^2}{48} + \frac{\pi a^2}{48 \cdot 4} + \dots =$$

$$= \frac{\pi a^2}{12} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots \right)$$

геом. прогрессия

Вынесем сумму беск. убывающей прогрессии с первым членом 1 и знаменателем $\frac{1}{4}$, умножим получ. зн-е на $\frac{\pi a^2}{12}$.



№4

$m, p, q \in \mathbb{N}$, простые

$$3m + pq = 2019$$

$$pq = 2019 - 3m$$

$$pq = 3 \cdot (673 - m)$$

т.к. правая часть $\div 3$, то левая часть $pq \div 3$. Заметим, что p и q — простые, тогда $p = 3$ или $q = 3$, т.к. следующие за 3 числа, кратные 3 — составные.

Рассмотрим случай, когда $p = q = 3$:

$$q = 2019 - 3m$$

$$3m = 2019$$

$$m = 673 \div 2 \div 5$$

что противоречит условию m — простое.

Рассмотрим случай, когда $p = 3, q \neq 3$:

$$3q = 3 \cdot (673 - m)$$

$$q = 673 - m$$

Заметим, что число 673 — нечётное. Тогда если m — нечётное, то правая часть чётная и q тоже должно быть чётным. Единственное простое чётное число — это 2. Тогда $q = 2$, а $m = 673 - 2 = 671$, 671 — простое.

Если же m — чётное, то правая часть нечётная и q тоже должно быть нечётным. $\Rightarrow m = 2$, а $q = 671$.

Аналогично доказывается случай, когда $q = 3$, а $p \neq 3$.

Ответ: $\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

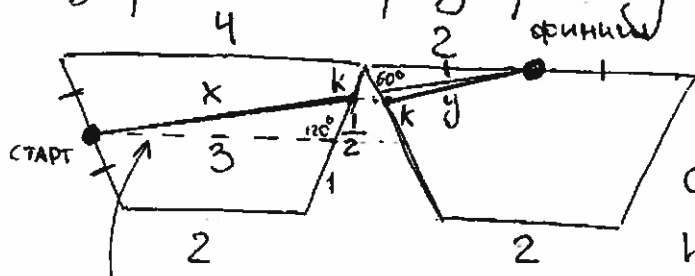
$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 671 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

№5

Проводим отрезок от "старта" до финиша.
Проецируем его на фронтальную и профильную
(внутреннюю) плоскости, на данном от нас стержне на
данном в условии рисунке)
Изображаем развертку:



Искомое расстояние: $x+y$
т. пересек. проекции отрезка
с границей — т.к. располагается
на $\frac{1}{2}$ от верха.

Ср. линия равна 3, т.к. $\frac{4+2}{2} = 3$ (параллельна оси)
тогда по т. косинусов

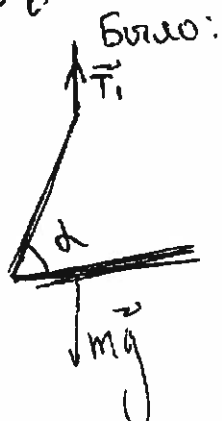
$$x = \sqrt{9 + \frac{1}{4} - 3 \cos 120^\circ} = \sqrt{\frac{37+6}{4}} = \frac{\sqrt{43}}{2}$$

$$y = \sqrt{4 + \frac{1}{4} - 1 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{\frac{17-2}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$x+y = \frac{\sqrt{43} + \sqrt{15}}{2}$$

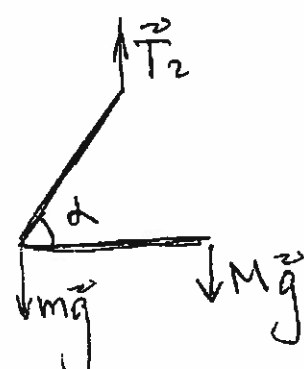
Ответ: $\frac{\sqrt{43} + \sqrt{15}}{2}$

№6



$$\frac{h=60^\circ}{m}$$

Стало:



$$T_1 = mg$$

$$T_2 = mg \cdot \cos \alpha + Mg$$

$$T_1 = T_2 \Rightarrow mg = mg \cdot \cos \alpha + Mg$$

$$m = m \cos \alpha + M$$

$$m(1 - \cos \alpha) = M$$

$$M = m(1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} m$$

Ответ: $\frac{1}{2} m$



17

Do:

Free!

A₂-?

$$A_1 < C, A_2 > C$$

$$P_1 V_1 = n R T_1 \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{n R}$$

$$P_2 V_2 = n R T_2$$

$$Q = A_2 + \Delta U$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

для идеальной
одноатомного газа

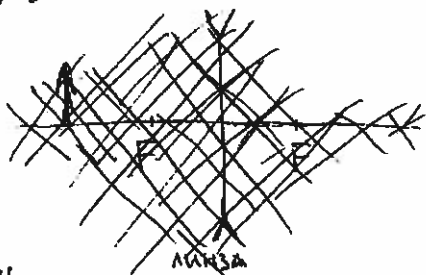
$$A_n = -A_r = \frac{k \Delta x^2}{2} = \frac{k (x_2 - x_1)^2}{2}$$

$$V_1 = S \cdot x_1$$

$$V_2 = S \cdot X_2$$

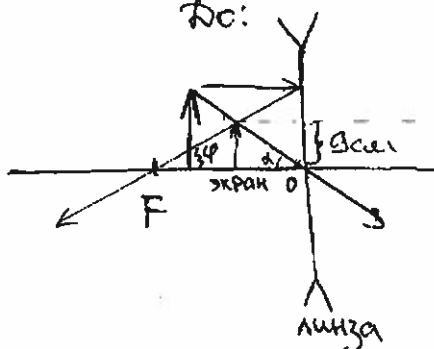
$$x_2 - x_1 = \frac{v_2 - v_1}{s}$$

$$A_2 = - \frac{k(x_2 - x_1)^2}{2} = - \frac{k(V_2 - V_1)^2}{s^2 \cdot 2}$$

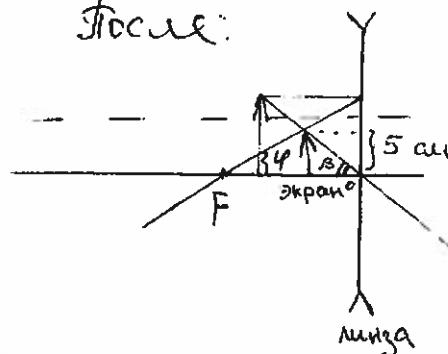
 $\sqrt{8}$ 

Продукт находится между F и O_2 и бо́ль изобф. было четким.

bc:



Точка:



Изображение на экране уменьшилось на 4 см ($9 - 4 = 5$ см)

Рассет. FE не изом. (т.к. это фокусное рассет. мизот)

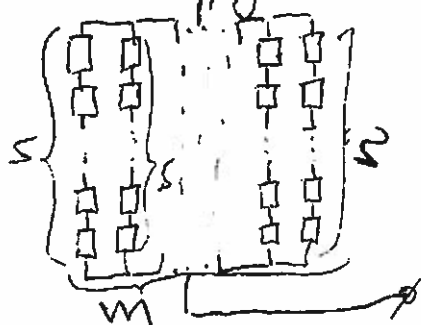
Угол φ так же не изм.

Гран Лезуа В.

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = D, D - \text{не изм.}$$

 $\sqrt{10}$

Т.к. $\frac{1}{10}$ группы по 6 элементов, то $m \cdot n = 400$



$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

$$I = \frac{U}{R} \text{ - закон Ома}$$

$$N = \frac{P}{\eta} \quad (N - \text{мощность})$$

Even $N = N_{max}$, $m \neq I = I_{max}$